

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

W. ANISSIMOFF

Complément au Mémoire sur la théorie des courbes géodésiques

Annales scientifiques de l'É.N.S. 3^e série, tome 19 (1902), p. 63-64.

http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1902_3_19__63_0

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1902, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COMPLÉMENT AU MÉMOIRE
SUR LA
THÉORIE DES COURBES GÉODÉSIQUES ⁽¹⁾,

PAR M. W. ANISSIMOFF.



Notre classification des surfaces réelles en deux classes, adoptée au Mémoire ci-mentionné, n'est pas absolue. En coordonnées symétriques x, y une intégrale première

$$(1) \quad f(x, y, y') = \text{const.}$$

des géodésiques d'une surface est dite de la *première classe* si, au moyen de la transformation $x = u + iv, y = u - iv$, les coordonnées u, v étant réelles, et par la séparation des nombres réels des imaginaires $f(x, y, y') = M(u, v, v') + iN(u, v, v')$ nous n'obtenons qu'une intégrale première

$$\begin{aligned} M(u, v, v') &= \text{const.}, & N &= \varphi(M), \\ N(u, v, v') &= \text{const.}, \end{aligned}$$

et la même intégrale (1) est dite de la *deuxième classe*, si les deux intégrales

$$\begin{aligned} M(u, v, v') &= \text{const.}, & N &\neq \varphi(M), \\ N(u, v, v') &= \text{const.}, \end{aligned}$$

sont *indépendantes* l'une de l'autre. En ce dernier cas, l'intégrale générale des géodésiques s'obtient sans quadratures.

(1) *Annales de l'École Normale*, octobre-novembre 1901.

A propos de ces intégrales, M. D. Egoroff, privat-docent à l'Université de Moscou, a démontré le théorème suivant :

Pour chaque surface réelle, il existe toujours en coordonnées symétriques une intégrale première de la deuxième classe de ses géodésiques.

En effet, supposons que les deux intégrales indépendantes

$$\begin{aligned} f(x, y, y') &= M(u, v, v') + iN(u, v, v') = \text{const.}, \\ f_1(x, y, y') &= M_1(u, v, v') + iN_1(u, v, v') = \text{const.} \end{aligned}$$

sont de la première classe; nous aurons

$$N = \varphi(M), \quad N_1 = \varphi_1(M_1).$$

Formons l'expression $M + iM_1 = F(x, y, y')$. L'équation

$$F(x, y, y') = \text{const.}$$

sera une intégrale de la deuxième classe, parce qu'il ne peut exister une liaison $M_1 = \psi(M)$, les intégrales $f = \text{const.}$ et $f_1 = \text{const.}$ étant, par hypothèse, indépendantes.

Ce théorème important forme un complément essentiel aux résultats de la méthode d'intégration des équations différentielles au moyen des variables complexes.