CAHEN

# Note sur l'épure du conoïde

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 4 (1875-1876), p. 88-90.
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1875-1876__4__88_1>

*Note sur l'épure du conoïde;* par M. CAHEN, élève de l'École Polytechnique.

(Séance du 23 février 1876.)

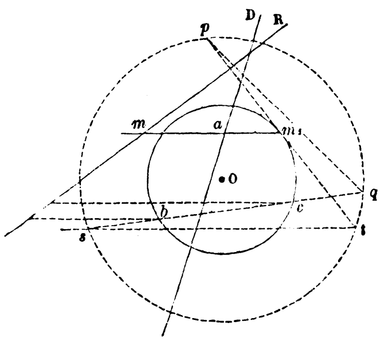
*Étant donné un conoïde, ayant pour plan directeur le plan horizontal, une droite directrice* D *quelconque et un cercle directeur* O *dans le plan vertical de projection, trouver l'ombre portée du conoïde sur lui-même.*

Soit un point $m$ de l'ombre propre, situé sur la génératrice $mam_1$. Pour avoir l'ombre portée par ce point, je considère un paraboloïde de raccordement le long de la génératrice, et ayant pour plan directeur le plan horizontal, pour génératrices la droite D et le rayon lumineux R$m$. Ce paraboloïde coupe le conoïde donné suivant deux autres génératrices, sur lesquelles sont situés les points cherchés et que nous allons déterminer. Pour cela, je coupe les deux surfaces par le plan vertical de projection. La section dans le conoïde est le cercle O et dans le paraboloïde une hyperbole tangente au cercle au point $m_1$. Nous sommes donc ramenés, comme dans l'épure du tore, à trouver l'intersection d'un cercle et d'une hyperbole tangente en un point donné.

Nous connaissons les directions asymptotiques de cette hyperbole; il suffirait donc d'en avoir un point pour appliquer une construction déjà donnée.

Les directions asymptotiques sont les traces sur le plan vertical des deux plans directeurs. L'une d'elles est donc la ligne de terre. Cherchons un point de l'asymptote correspondante. Pour cela, remarquons que, si nous coupions le paraboloïde par une série de plans horizontaux, nous obtiendrions des génératrices dont les traces seraient sur l'hyperbole en question. Une de ces génératrices aura sa trace à l'infini, au moment où le plan auxiliaire passera par la parallèle au plan vertical qui rencontre les deux droites D et R$m$. Or projetons ces deux droites sur un plan de profil, et le point de rencontre de ces projections sur le plan vertical : l'asymptote passera par ce dernier point.

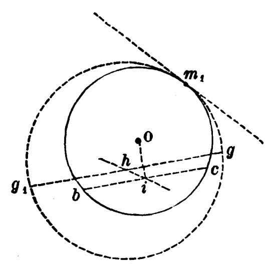
Supposons cette asymptote $st$ déterminée. Je mène la tangente




**Ombre portée par le conoïde sur lui-même. — Projection verticale.**

$m_1t$ au cercle. Du point O comme centre, avec O$t$ comme rayon, je décris un cercle et, par son point de rencontre $p$ avec la tangente, je mène $pq$ parallèle à la seconde direction asymptotique. En joignant $sq$, j'obtiens les points cherchés $b$ et $c$. Je mène, par $b$ et $c$, des parallèles à la ligne de terre, et je prends leur point de rencontre avec R$m$.

Il peut arriver que la section du paraboloïde par le plan vertical soit parabolique, ce qui aura lieu toutes les fois que le rayon lumineux et la droite directrice D seront parallèles à un plan parallèle lui-même à la ligne de terre. On sera alors ramené à chercher l'intersection d'un cercle et d'une parabole tangente à ce cercle. La parabole pourra être considérée comme déterminée par ce point $m_1$ avec sa tangente, la direction de l'axe, qui sera la ligne de terre, et un point quelconque, la trace $g$ de la droite D par exemple. Nous ferons alors passer par le point $g$ un cercle tangent au premier en $m_1$. Nous mènerons par $g$ une corde $gg_1$ parallèle à la direction




**Intersection d'une parabole et d'un cercle tangent.**

symétrique de $m_1t$ par rapport à la ligne de terre. Par $h$, milieu de cette corde, nous mènerons une droite parallèle à la ligne de terre, et, du point O, nous abaisserons une perpendiculaire sur $gg_1$. Par le point $i$ d'intersection, nous ferons passer une parallèle à $gg_1$ qui rencontrera le cercle aux points $b$ et $c$ cherchés.