BULLETIN DE LA S. M. F.

V. SCHLEGEL

Sur le théorème de M. Laisant, relatif aux centres de gravité

Bulletin de la S. M. F., tome 10 (1882), p. 220-222.

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1882__10__220_1>

© Bulletin de la S. M. F., 1882, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/legal.php). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Sur le théorème de M. Laisant, relatif aux centres de gravité;
par M. Schlegel.

(Séance du 17 novembre 1882.)

On sait que les opérations et notions de l'*Ausdehnungslehre* sont particulièrement propres à démontrer des théorèmes de Mécanique (¹). C'est ce qui arrive eu égard au théorème susdit (*Bulletin*, t. X, p. 40 et 131). En remarquant: 1° que $(A - B)$ est la partie de la droite comprise entre les points A et B; 2° que la multiplication d'une droite par i^n signifie que la droite tourne de n angles droits (n étant un nombre quelconque réel); 3° que le centre de gravité G_a des n points $A_1, \ldots, A_n$ est donné par l'équation

$$n\,G_a = A_1 + \ldots + A_n,$$

on peut démontrer le théorème en question par le calcul suivant sans opérations symboliques, seulement au moyen des quatre règles.

Les équations

$$(A_r - B_r)\, i^\omega = (A_r - B'_r), \quad (r = 1, 2, \ldots n) \tag{1}$$

disent que les droites $A_r B_r$ deviennent $A_r B'_r$, en tournant de l'angle ω.

Les équations

$$\left\{\begin{aligned} n.G_a &= A_1 + \ldots + A_n, \\ n.G_b &= B_1 + \ldots + B_n, \\ n.G'_b &= B'_1 + \ldots + B'_n \end{aligned}\right. \tag{2}$$

disent que les points G_a, G_b, G'_b sont les centres de gravité des points A_r, B_r, B'_r.

On tire de ces équations

$$n\,(G_a - G_b) = (A_1 - B_1) + (A_2 - B_2) + \ldots + (A_n - B_n),$$
$$n\,(G_a - G'_b) = (A_1 - B'_1) + (A_2 - B'_2) + \ldots + (A_n - B'_n).$$

En multipliant la première équation par i^ω et tenant compte des équations (1), on trouve, après avoir supprimé le facteur n,

$$(G_a - G_b)\, i^\omega = (G_a - G'_b),$$

ce qui est le théorème en question.

On voit que, sans rien changer au calcul, les simples points A_r, B_r, B'_r peuvent être remplacés par $m_r A_r$, $m_r B_r$, $m_r B'_r$ (m_r signifiant la masse du point).

(¹) *Voir*, par exemple, le Mémoire de Grassmann : *Die Mechanik nach den Principien der Ausdehnungslehre* (*Mathem. Annalen*, t. XII, p. 222).

Quant aux méthodes suivies par MM. Laisant et Laquière, il faut remarquer que la méthode des quaternions, ainsi que celle des équipollences, sont des cas particuliers de l'*Ausdehnungslehre*. [Voir le Mémoire : *Der Ort der Hamilton'schen Quaternionen in der Ausdehnungslehre* (*Mathem. Annalen,* t. XII, p. 375) et Grassmann, *Die Ausdehnungslehre,* Berlin, 1862, p. VIII]. C'est pourquoi il y a aussi de l'affinité entre les trois démonstrations du théorème de M. Laisant.