

# BULLETIN DE LA S. M. F.

M. WEILL

## Question de probabilité

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 14 (1886), p. 158-159.

[http://www.numdam.org/item?id=BSMF\\_1886\\_\\_14\\_\\_158\\_1](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1886__14__158_1)

© Bulletin de la S. M. F., 1886, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

*Question de probabilité; par M. WEILL.*

(Séance du 1<sup>er</sup> décembre 1886.)

Considérons  $k$  événements différents, également probables, et  $p$  épreuves consécutives; cherchons la probabilité pour qu'un des événements considérés et désigné se produise au moins deux fois de suite dans l'ensemble des  $p$  épreuves.

Représentons par des lettres différentes les  $k$  événements, et soient  $\alpha$  l'événement que l'on considère,  $X(p)$  la probabilité cherchée. Le nombre de cas possibles étant  $k^p$ , le nombre de cas favorables est  $k^p X(p)$ .

Ce nombre est, d'autre part, égal à  $k$  fois le nombre de cas favorables présentés par  $(p - 1)$  événements consécutifs, c'est-à-dire à

$$k^p X(p - 1),$$

augmenté du nombre des cas défavorables présentés par les  $(p - 1)$  événements, mais terminés par l'événement  $a$ . Ce deuxième nombre est égal à la différence entre le nombre des cas défavorables et le nombre de ceux non terminés par  $a$ , c'est-à-dire à

$$k^{p-1}[1 - X(p - 1)] - k^{p-2}(k - 1)[1 - X(p - 2)].$$

On a donc la formule de récurrence

$$k^p X(p) = k^p X(p - 1) + k^{p-1}[1 - X(p - 1)] - k^{p-2}(k - 1)[1 - X(p - 2)]$$

ou

$$X(p) = \frac{k-1}{k} X(p - 1) + \frac{k-1}{k^2} X(p - 2) + \frac{1}{k^2}.$$

L'expression de  $X(p)$  est de la forme

$$C\alpha^p + C'\beta^p - \frac{1}{k^2 - 1},$$

$\alpha$ ,  $\beta$ ,  $C$ ,  $C'$  étant des constantes que l'on sait déterminer par la méthode de Lagrange.

On peut raisonner autrement : supposons, en représentant les  $k$  événements par des lettres, que  $\lambda$  lettres précèdent le premier groupe de deux lettres  $a$  consécutives que l'on rencontre; le nombre de cas présentés par ces  $\lambda$  lettres est égal à

$$k^{\lambda-1}[1 - X(\lambda - 1)](k - 1).$$

Le nombre total des cas favorables est donc égal à

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=p-2} (k - 1) k^{\lambda-1} [1 - X(\lambda - 1)].$$

En égalant cette somme à  $X(p)k^p$ , on aura une formule de récurrence permettant de calculer  $X(p)$ . En égalant les résultats de ces deux méthodes, on aura une identité algébrique.

