BULLETIN DE LA S. M. F.

WEILL

Sur une propriété des systèmes de courbes algébriques

Bulletin de la S. M. F., tome 16 (1888), p. 155-156.
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1888__16__155_1>

© Bulletin de la S. M. F., 1888, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/legal.php). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Sur une propriété des systèmes de courbes algébriques; par M. Weill.

(Séance du 6 juin 1888.)

Si l'on considère deux courbes algébriques dont aucune ne présente d'asymptotes multiples, on sait, d'après la théorie de l'élimination, que, pour calculer les coordonnées du centre des moyennes distances de leurs points communs, on peut remplacer chacune de ces courbes par le système de ses asymptotes. Ceci posé, considérons une courbe fixe de degré m que nous réduirons à ses m asymptotes

$$\begin{aligned} y - c_1 x - d_1 &= 0, \\ y - c_2 x - d_2 &= 0, \\ \ldots\ldots\ldots&\ldots\ldots, \\ y - c_m x - d_m &= 0, \end{aligned}$$

et un système de courbes de degré p dont l'équation contient un paramètre variable λ au degré k; l'équation d'une pareille courbe peut s'écrire

$$\lambda^k S_1 + \lambda^{k-1} S_2 + \ldots = 0,$$

S_1, S_2, ... étant les premiers membres d'équations de courbes quelconques de degré p. Soient x_1, x_2, ... les abscisses des points de rencontre de cette courbe et de la droite

$$y - c_1 x - d_1 = 0,$$

on aura

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_p = \frac{f(\lambda)}{\varphi(\lambda)},$$

f et φ désignant des polynômes du degré k en λ, comme un calcul facile le montre. Dès lors, l'abscisse X du centre des moyennes distances des points communs à la courbe variable et à la courbe fixe a pour expression

$$X = \sum \frac{f(\lambda)}{\varphi(\lambda)},$$

de même

$$Y = \sum \frac{f_1(\lambda)}{\varphi(\lambda)}.$$

D'ailleurs aux k racines de l'équation en λ, $\varphi(\lambda) = 0$, correspond pour le lieu une direction asymptotique multiple d'ordre k, qui n'est autre que la direction de coefficient angulaire c_1. On a donc le théorème suivant :

Théorème. — *Le centre des moyennes distances des points communs à une courbe fixe de degré m et à une courbe variable de degré quelconque, dont l'équation contient un paramètre variable au degré k, décrit une courbe unicursale de degré mk, qui a pour directions asymptotiques multiples d'ordre k les directions asymptotiques de la courbe fixe.*

J'ai déjà énoncé ce théorème, mais dans le cas particulier où la courbe fixe est unicursale (*Bulletin de la Société mathématique,* t. X, p. 137).

Les conséquences de ce théorème général sont nombreuses.