

BULLETIN DE LA S. M. F.

LAQUIÈRE

Sur un problème de Géométrie cinématique

Bulletin de la S. M. F., tome 17 (1889), p. 167-169.

http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1889__17__167_1

© Bulletin de la S. M. F., 1889, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Sur un problème de Géométrie cinématique; par M. LAQUIÈRE.

Dans la séance du 16 juillet 1888, M. Laisant a résolu, par la théorie des équipollences, la question suivante :

Deux mobiles, X, Y, parcourent leurs trajectoires d'un mouvement uniforme; déterminer les éléments de la trajectoire du point Z, qui divise, proportionnellement aux deux vitesses constantes, la droite qui joint les positions simultanées des deux mobiles.

La Géométrie infinitésimale fournit facilement les mêmes résultats. Soient XX' , YY' deux arcs élémentaires correspondants. Menons XX_1 , parallèle à YY' et égal à XX' ; le point Z sera l'intersection des deux droites YX et $Y'X_1$. Menons ensuite ZZ' , parallèle à X_1X' ; on aura la position Z' , simultanée de X' , Y' , par l'intersection de ZZ' avec $Y'X'$.

Donc l'élément de la trajectoire Z est parallèle à X_1X' , c'est-à-dire également incliné sur les deux éléments de X et Y. Calculons sa longueur ZZ' . Soient m , n , φ les grandeurs des deux vitesses et leur angle d'inclinaison mutuelle; on aura les proportions

$$\frac{ZZ'}{X_1X'} = \frac{ZZ'}{2XX' \sin \frac{1}{2} \varphi} = \frac{Z'Y'}{X'Y'} = \frac{Z'Y'}{Z'Y' - Z'X'} = \frac{n}{n - m};$$

d'où

$$\frac{ZZ'(n - m)}{2mn \sin \frac{1}{2} \varphi} = \frac{XX'}{m} = \frac{YY'}{n} = dt.$$

La vitesse du point Z est donc $\frac{2mn \sin \frac{1}{2} \varphi}{n - m}$.

Soient encore R_x , R_y , R_z les rayons de courbure des trajectoires en X, Y, Z, et dx , $d\beta$, $d\omega$ les angles de contingence. La direction de ZZ' étant bissectrice (extérieure) des directions XX' et YY' ,

$$2 d\omega = dx + d\beta$$

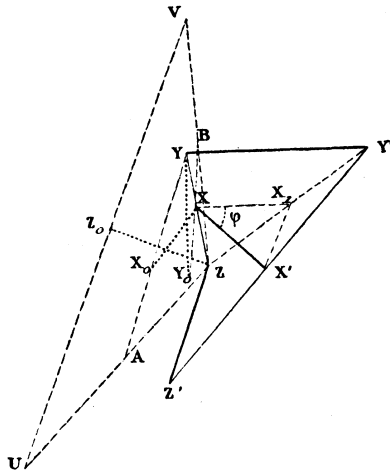
ou bien

$$2 \frac{ZZ'}{R_z} = \frac{XX'}{R_x} + \frac{YY'}{R_y};$$

soit, en vertu des proportions ci-dessus,

$$\frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi}{R_z} = \frac{1}{\frac{2n}{n-m} R_x} + \frac{1}{\frac{2m}{n-m} R_y}.$$

La longueur R_z est donc celle de la bissectrice d'un triangle formé par deux côtés de longueur $\frac{2n}{n-m} R_x$, $\frac{2m}{n-m} R_y$, comprenant entre eux l'angle $(180 - \varphi)$, supplémentaire de celui des deux normales XX_0 , YY_0 . Or la normale ZZ_0 ayant précisément cette direction, le centre de courbure Z_0 sera situé sur la base du triangle UZV construit de la manière suivante :



Joignons par les droites YX_0 , XY_0 le point de chacune des trajectoires au centre de courbure de la seconde ; menons par Z les parallèles ZU , ZV , aux normales en X et Y ; elles sont respectivement rencontrées par les droites YX_0 , XY_0 en des points A et B , tels que $ZA = \frac{n}{n-m} R_x$; $ZB = \frac{m}{n-m} R_y$.

Prenons $ZU = 2ZA$ et $ZV = 2ZB$, on obtiendra la droite UV ,

base du triangle dont la bissectrice en Z sera la normale à la courbe Z , et aura pour pied le centre de courbure Z_0 .
