MAURICE D'OCAGNE

Remarques sur les transformations isogonales

Bulletin de la S. M. F., tome 18 (1890), p. 107-108.
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1890__18__107_0>

Remarques sur les transformations isogonales;

par M. M. d'Ocagne.

(Séance du 17 juillet 1889.)

M. Laisant, généralisant un théorème de Transon, a fait voir (1) que si, dans une transformation isogonale (c'est-à-dire qui conserve les angles), les centres de courbure de diverses courbes, relatifs à un point où elles se croisent toutes, sont situés sur une conique, les centres de courbure des courbes transformées, répondant à leur point de croisement, sont également situés sur une conique.

Cette proposition est susceptible elle-même d'une importante généralisation. On a, en effet, ce théorème qui se démontre d'ailleurs très aisément en partant de la remarquable formule (7) de la Note citée de M. Laisant :

Dans toute transformation isogonale, la figure formée par les centres de courbure de diverses courbes se croisant en un point, autour de ce point, et la figure formée par les centres de courbure des courbes transformées, autour du point correspondant, sont HOMOGRAPHIQUES.

Profitant de ce que nous sommes sur ce sujet, nous présenterons encore une remarque sur une transformation isogonale particulière d'une grande importance, celle de Chasles et de W. Roberts.

On sait que, dans cette transformation, on fait correspondre au point A_1, dont les coordonnées polaires sont ρ_1 et ω_1, le point A_n, dont les coordonnées polaires ρ_n et ω_n sont données par

$$\rho_n = \rho_1^n, \qquad \omega_n = n\,\omega_1.$$

Voici sous quelle forme, excessivement simple, on peut mettre, pour cette transformation, la relation entre les rayons de cour-

(1) *Bulletin de la Société mathématique*, t. XV, p. 39; 1887.

bure en deux points correspondants, relation que nous avons établie ailleurs ([1]).

Soient C_1 et C_n les centres de courbure répondant respectivement aux points A_1 et A_n pour une courbe donnée et sa transformée, O étant le pôle de la transformation. D_1 et D_n étant les pieds des perpendiculaires abaissées de C_1 sur OA_1 et de C_n sur OA_n, appelons H le point où la droite $D_1 D_n$ coupe la droite $A_1 A_n$. Dès lors, le théorème que nous avons obtenu consiste en ce qu'on a

$$\frac{HA_1}{HA_n} = \frac{1}{n}.$$

([1]) *Jornal de Sciencias matematicas e astronomicas*, t. VI, p. 5; 1885.