BULLETIN DE LA S. M. F.

E. CAHEN

Remarque sur un article antérieur

Bulletin de la S. M. F., tome 41 (1913), p. 369-370.

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1913__41__369_1>

REMARQUE SUR UN ARTICLE ANTÉRIEUR;

PAR M. E. CAHEN.

J'ai publié dans ce Bulletin (t. XL, p. 52) un article *Sur l'irrationnalité des sommes des séries dont le terme général est une fonction rationnelle de l'indice.* Dans cet article se trouve, page 57, l'énoncé suivant :

Si $g(n)$ a toutes ses racines rationnelles et distinctes, la somme de la série s'exprime au moyen de nombres algébriques et de fonctions logarithmes.

Ce théorème a déjà été énoncé par M. Appell (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVI, p. 955). Mais l'auteur lui-même m'a fait remarquer que son énoncé appelait une rectification : Le théorème n'est pas exact quand il y a au dénominateur des racines doubles. Il suffit, pour s'en convaincre, de considérer la série $\sum \frac{1}{n^2}$ dont la somme est $\frac{\pi^2}{6}$, et qui ne s'exprime par conséquent pas au moyen de nombres algébriques et de logarithmes.

D'après les résultats de la page 64 de mon article, une telle somme s'exprime, en général, en fonction des transcendantes $\mathfrak{J}_{h,k}(2)$.

Je profite de l'occasion pour ajouter à mon article l'explication suivante. L'énoncé de la page 57 : *Si $g(n)$ a toutes ses racines rationnelles et distinctes, la somme de la série s'exprime au* *moyen de nombres algébriques et de fonctions logarithmes*, ne semble pas résulter tout d'abord de celui qui suit quelques pages plus loin : *Pour des valeurs rationnelles de x, la fonction $h(x)$ s'exprime au moyen de nombres algébriques, de la constante d'Euler et de fonctions logarithmes.*

Il semble qu'il faille introduire aussi la constante d'Euler dans le premier énoncé. Mais il n'en est rien. En effet, d'après la formule (3), la somme de la série contient la constante d'Euler dans des termes de la forme $h(-a) - C$, où $a = \frac{p}{q}$.

Or, d'après la formule (8),

$$h = \left(-\frac{p}{q}\right) = C + \ldots,$$

de sorte que C disparaît.

Je profite aussi de l'occasion pour signaler les errata suivants :

Page 68, dernière formule de la page, *au lieu de* φ, *lire* d.

Page 63, au premier exemple, *au lieu de* $-\frac{1}{2a^2} - \frac{k}{2a}\operatorname{cotang} \pi a$, *lire* $\frac{1}{2a^2} - \frac{\pi}{2a}\operatorname{cotang} \pi a$.

Page 63, au deuxième exemple, *au lieu de* $\frac{1}{2a^2} + \frac{\pi}{a}\frac{e^{\pi a} + e^{-\pi a}}{e^{\pi a} - e^{-\pi a}}$, *lire* $-\frac{1}{2a^2} + \frac{\pi}{2a}\frac{e^{\pi a} + e^{-\pi a}}{e^{\pi a} - e^{-\pi a}}$.

FIN DU TOME XLI.