Bulletin de la S. M. F.

Maurice D'Ocagne

Addition à la note sur les adjointes infinitésimales des courbes planes

Bulletin de la S. M. F., tome 52 (1924), p. 395-397.

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1924__52__395_1>

ADDITION A LA NOTE SUR LES ADJOINTES INFINITÉSIMALES DES COURBES PLANES;

PAR M. M. D'OCAGNE.

1. Je crois devoir compléter sur quelques points la Note insérée à la page 132 du présent tome du *Bulletin*.

Tout d'abord, au lieu de ne faire intervenir dans la classification des adjointes que la considération des pôles à distance finie, on peut, plus rationnellement sans doute, y faire intervenir aussi celle des pôles à l'infini, tels, par exemple, que les points X et Y à l'infini sur les deux axes rectangulaires auxquels nous supposons toujours la figure rapportée.

Dans ces conditions, l'adjointe du n° 5 se classe comme adjointe par un pôle (Y), celle du n° 17 par un axe (OX) et un pôle (Y), celles des n^os 19 et 20 par un axe (OX) et deux pôles (X et Y), celles des n^os 21 et 22 par deux pôles O et X. De cette façon ces deux dernières apparaissent comme des cas limites de celles des nos 23 et 24, lorsque le pôle O′ restant fixe (et étant dès lors désigné par la lettre O), le pôle O va se confondre à l'infini avec X.

Or, si l'on applique, à la limite, les constructions des nos 23 et 24 respectivement aux nos 21 et 22, on ne retombe pas immédiatement sur celles qui y sont obtenues directement. Il peut n'être pas sans intérêt de voir comment on peut transformer ces dernières pour retrouver exactement ces constructions limites.

2. D'abord, pour l'adjointe du n° 21, que l'on complète la figure 12, en menant par P_1 la perpendiculaire P_1Y à OX qui coupe OX en K, et par μ la parallèle à OX qui coupe TI en H et P_1Y en I_1.

On a démontré au n° 21 que les segments parallèles $I\mu$ et OP_1 sont égaux; il en résulte que $H\mu = OK$, et, par suite, que $\mu I_1 = TO$; donc $\mu I_1 = MM_1$; μMM_1I_1 est un parallélogramme et M_1I_1 est parallèle à MN. De là, la construction (qui se confond avec la limite de celle du n° 23) :

Si la parallèle à la normale MN *menée par* M_1 *coupe* P_1Y *en* I_1, *le centre de courbure* μ *se trouve sur* I_1X.

3. Passons à l'adjointe du n° 22. Il suffit, sur la figure 13, de tirer la droite MI, qui est nécessairement parallèle à M_1P_1, puis de prendre le point de rencontre H de MM_1 et NI, pour remarquer que, dans le triangle IMH, $I\mu$ et $M\mu$ étant des hauteurs, il en est de même de $H\mu$, c'est-à-dire que $H\mu$ est perpendiculaire à MI et, par suite, à M_1P_1. De là, la construction (limite de celle du n° 24) :

Si la perpendiculaire en N *à la normale* MN *rencontre* MM_1 *en* H, *la parallèle à* M_1T_1 *menée par* H *passe par le centre de courbure* μ.

4. L'adjointe du n° 21 appelle encore une remarque intéressante. La seconde des équations (1) qui s'y rapportent montre, en effet, que *les aires correspondantes engendrées par l'ordonnée de la courbe* (M) *et l'abscisse de la courbe* (M_1) *sont équivalentes.*

Une telle transformation permet donc de déduire d'une courbe quarrable une autre courbe également quarrable. Par exemple, si l'on prend pour courbe (M) le cercle

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

on voit que la courbe (M_1) est la quartique circulaire classique, aujourd'hui connue sous le nom de *cappa*,

$$y^2(x^2 + y^2) = r^2 x^2,$$

pour laquelle le point O est tacnodal, avec OY pour tangente, et qui a pour asymptotes les droites $y = \pm r$. Il résulte de ce qui précède que l'aire comprise entre cette courbe et ses asymptotes est égale à πr^2, ainsi qu'il est d'ailleurs connu.

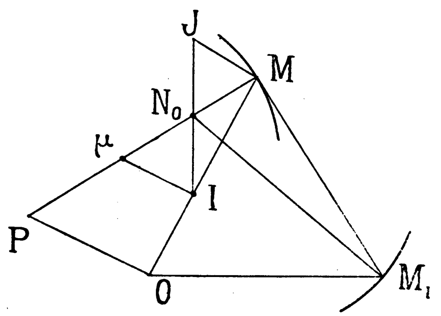
5. Voici maintenant quelques errata à introduire dans le corps principal de la Note :

Au n° 8, remplacer la figure 3 par celle ci-dessous, et remplacer, dans l'avant-dernière ligne (en remontant à partir de la *Remarque*) et dans la précédente, les mots « parallèle à OM_1 » par « perpendiculaire à OM_1 » ;

Au n° 11, avant-dernière ligne au lieu de TY, il faut NY;

Au n° 13, dernière ligne, au lieu de OK, il faut NK;

Au n° 14, 5e ligne en remontant, au lieu de M_1M et JM, il faut M_1T et $J\mu$, et, 4e ligne en remontant, au lieu de JH (deux fois) il faut chaque fois IH.



Il est bien clair d'ailleurs que l'énoncé de ce n° 14 peut être remplacé par la variante que voici : MM_1 *est un segment de la normale* MN *proportionnel à* MT.