ANNALES DE L'INSTITUT FOURIER

J. GASQUI
H. GOLDSCHMIDT

Erratum : déformations infinitésimales des espaces riemanniens localement symétriques. II. La conjecture infinitésimale de Blaschke pour les espaces projectifs complexes

Annales de l'institut Fourier, tome 34, n° 2 (1984), p. 1-2 (feuilles volantes)

<http://www.numdam.org/item?id=AIF_1984__34_2_0_0>

université scientifique et médicale
de grenoble

annales de l'institut fourier

ERRATUM

DÉFORMATIONS INFINITÉSIMALES DES ESPACES RIEMANNIENS LOCALEMENT SYMÉTRIQUES. II. LA CONJECTURE INFINITÉSIMALE DE BLASCHKE POUR LES ESPACES PROJECTIFS COMPLEXES

par J. GASQUI et H. GOLDSCHMIDT

(Tome 34 (1984) - fascicule 2 - pp. 191-226)

Lorsque $X = \mathbb{P}^m(\mathbb{C})$ et $G = U(m+1)$, avec $m \geq 3$, et γ est l'élément $q\lambda_0 + \lambda_1 - \lambda_{m-1} - q\lambda_m$ de $\hat{G}$, avec $q \geq 1$, alors la multiplicité de $C^\infty_\gamma(B_2)$ est égale à 1 et celle de $C^\infty_\gamma(F)$ est nulle, pour $F = T', T'', B_j$ avec $j = 1,3,4$ (cf. [9, Proposition 4.1]), ce qui entraîne des modifications des propositions 4.1, 4.4 et 4.5. Par conséquent, la conjecture infinitésimale de Blaschke est vraie pour $\mathbb{P}^m(\mathbb{C})$, avec $m \geq 3$, si et seulement si les conditions données par la proposition 4.4 le sont et si de plus (4.7) l'est pour $\gamma = q\lambda_0 + \lambda_1 - \lambda_{m-1} - q\lambda_m$, avec $q \geq 1$.

Considérons la forme

$$\alpha = (\zeta_m d\zeta_{m-1} - \zeta_{m-1} d\zeta_m) \wedge (\bar{\zeta}_0 d\bar{\zeta}_1 - \bar{\zeta}_1 d\bar{\zeta}_0)$$

de type (1.1) sur $\mathbb{C}^{m+1}$. L'espace $\mathcal{V}$ des formes de type (1,1) sur $\mathbb{C}^{m+1}$ est un $U(m+1)$-module. Visiblement α est $U(1)$-invariante et de poids $\lambda_0 + \lambda_1 - \lambda_{m-1} - \lambda_m$; on vérifie facilement que

$$n^+ \cdot \alpha = 0$$

de sorte que α engendre un sous-$U(m+1)$-module irréductible de $\mathcal{V}$ de poids dominant $\lambda_0 + \lambda_1 - \lambda_{m-1} - \lambda_m$. Par restriction à S^{2m+1}, puis passage au quotient par $U(1)$, la forme α induit une section non-nulle

.../...

h_0 de $T^{1,1}$, qui engendre donc un sous-$U(m+1)$-module irréductible de $C^\infty(T^{1,1})$ de poids dominant $\lambda_0 + \lambda_1 - \lambda_{m-1} - \lambda_m$. Il n'est pas difficile de voir que α est à trace nulle et d'en déduire que $h_0 \in C^\infty(T_0^{1,1})$. Si $f = \zeta_m \bar{\zeta}_0$, alors $\tilde{f}^q \otimes h_0$ engendre un sous-$U(m+1)$-module irréductible Y_q de $\tilde{\mathcal{H}}^q \otimes C^\infty(T_0^{1,1})$ de poids dominant $\gamma = (q+1)\lambda_0 + \lambda_1 - \lambda_{m-1} - (q+1)\lambda_m$, pour $q \geq 0$. Par conséquent, $\tilde{f}^q h_0 \in C_\gamma^\infty(B_2)$ et $C_\gamma^\infty(B_2)$ est isomorphe à Y_q.

Avec les notations et méthodes du § 5, on peut vérifier que

$$D_g(\tilde{f}^q h_0)\left(\frac{\partial}{\partial x_m}, \frac{\partial}{\partial x_{m-1}}, \frac{\partial}{\partial x_m}, \frac{\partial}{\partial x_1}\right) = \frac{(q+2)(q-2(q+2)z_m^2 + qz_m^4)\tilde{f}^{q-1}}{2(1+|z|^2)^5} + \mathcal{J}(Z) .$$

Ceci entraîne immédiatement que $D'_g(\tilde{f}^q h_0) \neq 0$, pour $q \geq 0$, et complète la démonstration du théorème 4.1.