ANNALES DE L'INSTITUT FOURIER

RÉMI LANGEVIN

Quelques nouveaux invariants des difféomorphismes Morse–Smale d'une surface

Annales de l'institut Fourier, tome 43, n° 1 (1993), p. 265-278

<http://www.numdam.org/item?id=AIF_1993__43_1_265_0>

Ann. Inst. Fourier, Grenoble
43, 1 (1993), 265-278

QUELQUES NOUVEAUX INVARIANTS DES DIFFÉMORPHISMES MORSE-SMALE D'UNE SURFACE

par Rémi LANGEVIN (*)

0. Introduction.

Notre but est d'associer à un difféomorphisme Morse-Smale f d'une surface M compacte une famille finie d'invariants de conjugaison qui décorent le diagramme de Smale du difféomorphisme. Ces invariants sont des sortes de noeuds de dimension 0, ce qui donne une idée de la complexité de l'ensemble des classes de conjugaisons de tels difféomorphismes.

Ces invariants ajoutés au diagramme de Smale dictent une manière d'obtenir tout difféomorphisme de Morse-Smale en composant le flot d'un champ quasi-gradient par des isotopies de supports contenus dans des disques et des twists de Dehn.

On remarquera que ces invariants permettent d'expliciter la topologie (non séparée) de $(M - \Omega(f))/(f)$, où $\Omega(f)$ est l'ensemble des points non-errants de f.

Plusieurs conversations avec M. Peixoto et J. Palis furent décisives pour l'élaboration de ce travail.

(*) Ce travail a en partie été réalisé lors de séjours de l'auteur à l'IMPA (Rio de Janeiro) et à l'USP (Sao Paulo), certains dans le cadre CAPES-COFECUB.
Mots-clés : Difféomorphisme Morse-Smale – Courbe instable.
Classification A.M.S. : 58F09.

1. Difféomorphismes Morse-Smale.

Soit f un difféomorphisme préservant l'orientation d'une surface M que nous supposerons orientable compacte et sans bord. Nous supposerons de plus M munie d'une métrique d.

Nous noterons $\Omega(f)$ l'ensemble des points non errants de f, $\mathrm{Per}(f)$ l'ensemble de ses points périodiques. Lorsque σ est un point périodique hyperbolique de f nous noterons $W^S(\sigma)$ la variété stable du point σ et $W^U(\sigma)$ la variété instable de σ.

1.1. DÉFINITION. — *Le difféomorphisme f est dit Morse-Smale s'il satisfait les conditions suivantes :*

– $\Omega(f) = \mathrm{Per}(f)$

– *L'ensemble* $\mathrm{Per}(f)$ *est formé d'un nombre fini de points périodiques hyperboliques.*

– *Les variétés stables et instables des points périodiques se coupent transversalement.*

Smale a défini un ordre sur l'ensemble des points périodiques de f :

1.2. DÉFINITION.

$$\sigma_1 > \sigma_2 \text{ si } W^U(\sigma_1) \cap W^S(\sigma_2) \neq \emptyset.$$

On vérifie que cet ordre est bien transitif. Cet ordre est strict puisque l'existence d'un cycle $\sigma_1 > \sigma_2 ... > \sigma_n > \sigma_1$ impliquerait l'existence d'un ensemble non errant infini.

L'ordre de Smale permet de hiérarchiser les points périodiques de f.

1.3. DÉFINITION. — *Le point périodique σ_1 est de comportement* 1 *par rapport au point périodique σ_2 si*

1) $\sigma_1 > \sigma_2$

2) *Il n'existe pas de point périodique ζ tel que $\sigma_1 > \zeta > \sigma_2$.*

1.4. DÉFINITION. — *Le point périodique σ_1 est de comportement p par rapport au point périodique σ_2 si on peut intercaler entre σ_1 et σ_2, $p-1$ points périodiques $\zeta_1 ... \zeta_{p-1}$ de sorte que*

$$\sigma_1 > \zeta_1 > \zeta_2 > ... > \zeta_{p-1} > \sigma_2,$$

et que l'on ne peut en intercaler p.

1.5. *Remarque.* — Au difféomorphisme f correspond donc un graphe dont les sommets sont les points périodiques de f. Une arête orientée joint σ_1 à σ_2 si $\sigma_1 > \sigma_2$ et si de plus σ_1 est de comportement 1 par rapport à σ_2.

1.6. DÉFINITION. — *Nous appellerons le graphe orienté ainsi obtenu diagramme de Smale de f.*

Nous allons utiliser la même idée pour définir un ordre partiel sur l'ensemble des composantes connexes des différences $W^S(\sigma) - \sigma$ et $W^U(\sigma) - \sigma$ que nous appellerons respectivement branche(s) stable(s) ou instable(s) du point périodique σ.

Nous dirons encore qu'une branche instable c_1 est plus haute qu'une branche stable c_2 si $c_1 \cap c_2 \neq \varnothing$ (notation $c_1 > c_2$). Nous dirons encore qu'un point périodique est plus haut que sa variété instable tandis que sa variété stable est plus haute que lui.

Nous pouvons enfin construire à l'aide des points périodiques et des branches, un graphe Γ . Les sommets de Γ sont les points périodiques de f et les branches de f. Une arête (orientée) correspond soit à une paire (c_1, c_2) où la branche stable c_1 est plus haute que la branche instable c_2 et où de plus il n'existe pas de composante γ telle que $c_1 > \gamma > c_2$, soit à une paire (c, σ), où c est une branche stable de σ, soit à une paire (σ, c), où c est une branche instable de σ.

1.7. DÉFINITION. — *Nous appellerons le graphe orienté ainsi obtenu diagramme de Smale enrichi de f.*

L'orientation des arêtes de Γ permet d'étendre à Γ l'ordre de Smale.

1.8. DÉFINITION. — *Nous dirons de plus, en étendant la définition 1.4, que le point a du diagramme de Smale enrichi est de comportement 1 par rapport à b si une arête orientée de Γ joint a à b.*

1.9. DÉFINITION. — *Une partie P de Γ sera dite saturée pour l'ordre de Smale si $\alpha \in P, \alpha > \beta \Rightarrow \beta \in P$.*

Rappelons que Fleitas ([F]), étudiant après Peixoto ([Pe]) les champs Morse-Smale a déjà utilisé un graphe analogue à notre diagramme de Smale enrichi.

Remarque. — Il existe une puissance f^n de f telle que tous les points périodiques de f^n soient fixes et que de plus f^n laisse globalement invariante chaque branche.

Le graphe de Smale enrichi de f^n est bien sûr le même que celui de f.

1.10. DÉFINITION. — *Nous dirons qu'un difféomorphisme Morse-Smale qui laisse globalement invariante chaque branche de ses points périodiques (qui seront donc fixes) est sans permutation.*

1.11. DÉFINITION. — *Un attracteur est un ensemble fermé A tel qu'il existe un voisinage ouvert U de A tel que :*

1) $f(\bar{U}) \subset U$

2) $A = \bigcap_{n \varepsilon \mathbf{N}} f^n(U)$.

1.12. DÉFINITION. — *Le bassin $B(A)$ d'un attracteur A est :*

$$B(A) = \{x \mid \lim_{n \to +\infty} d(f^n(x), A) = 0\}.$$

1.13. *Remarque.* — Soit f un difféomorphisme Morse-Smale sans permutation et soit σ un de ses points fixes. Considérons l'ensemble $U(\sigma)$ des points ζ de Γ dominés par σ pour l'ordre étendant l'ordre de Smale, qui sont des points fixes ou des branches instables.

$$A_\sigma = \{x \varepsilon \zeta \mid \zeta \varepsilon U(\sigma)\} \ \cup \ \{\sigma\}$$

est un attracteur.

Démonstration. — Supposons d'abord que σ soit de comportement 1 par rapport aux puits dominés par σ. Nous noterons $W^U_{\text{loc}}(\sigma)$ la variété instable locale de σ. Lorsque le voisinage $\mathcal{U}$ de σ est assez petit $W^U_{\text{loc}}(\sigma) = W^U(\sigma) \cap \mathcal{U}$.

L'ensemble A_σ est topologiquement un segment ou un cercle. Etendons un feuilletage invariant par f contenant $W^U_{\text{loc}}(\sigma)$, que nous appellerons feuilletage instable, jusqu'à un voisinage contractant de chacun des puits ou du puits.

Cas 1 : supposons que les deux composantes de $W^U(\sigma)$ aboutissent en deux puits différents. (fig. 1 (1)).

La courbe C formée par deux feuilles du feuilletage instable de part et d'autre de $W^U(\sigma)$ et deux arcs des cercles entourant P_1 et P_2 borde un disque D tel que :

$$f(\bar{D}) \subset D \quad \text{et} \quad \bigcap_{n \varepsilon \mathbf{N}} f^n(D) = A.$$

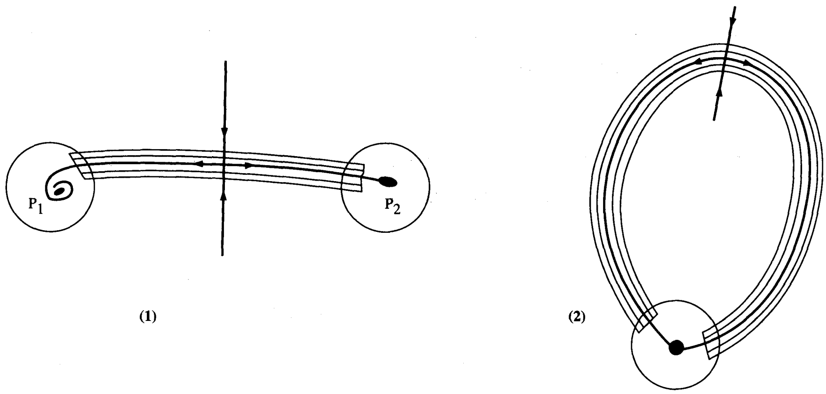

Figure 1

Cas 2 : les composantes de $W^U(\sigma)$ aboutissent au même puits (fig. 1 (2)) la démonstration est analogue.

La démonstration se termine par recurrence sur le comportement en utilisant les voisinages admissibles de Palis [Pa] def. (2.6).

1.14. Proposition. — *Un attracteur de f est la réunion des éléments instables et des points périodiques contenus dans une partie invariante par f saturée pour l'ordre de Smale du diagramme enrichi.*

Démonstration. — Il suffit de remarquer qu'un attracteur, s'il contient une variété instable, contient son adhérence, et s'il contient un point périodique, contient la variété instable de ce point périodique. La preuve de la réciproque est essentiellement celle de la remarque précédente.

1.15. Proposition. — *Soit $B(A)$ le bassin d'un attracteur, le quotient $B(A) - A/(f)$, ensemble des orbites des points de $B(A)$ non contenus dans A muni de la topologie quotient, est une réunion finie de tores T^2.*

Démonstration. — Supposons d'abord que f est sans permutation.

Si l'attracteur A est un puits, la propriété est vraie. En construisant par récurrence comme Palis [Pa] des voisinages contenant toutes les variétés instables d'un attracteur on démontre en même temps que ce voisinage se rétracte par déformation sur un complexe et qu'un domaine fondamental de f dans $B(A)$ est une réunion finie d'anneaux $S^1 \times I$. Le quotient par f est donc une réunion finie de tores T^2.

Les composantes de $(B(A) - A)/(f)$ ont dans le cas général des revêtements finis qui sont les composantes de $(B(A) - A)/(f^n))$ où pour n assez grand f^n est sans permutation. Ce sont donc également des tores puisque M est orientable et que f préserve l'orientation.

2. Un sac d'invariants pour un difféomorphisme sans permutation.

De manière analogue à la remarque 1.15 on démontre que l'ensemble des points limites d'une branche instable est un attracteur.

Soit donc c une branche instable de dimension 1 et A_c l'attracteur formé par les points limites de c.

2.1. *Remarque.* — La branche c est contenue dans une composante connexe de $B(A_c) - A_c$, que nous noterons B_c.

Démonstration. — Par définition de A_c, la branche c est contenue dans le bassin de A_c. De plus c est connexe.

2.2. THÉORÈME. — *Soit f un difféomorphisme Morse-Smale sans permutation.*

Soit c une branche instable de dimension 1. Soit $S_{c,1}$ l'ensemble des branches stables s de dimension 1 telles que le comportement de c par rapport à s est 1 (voir définition 1.8).

Les images dans $T = B_c/(f)$ par la projection $\Pi : B_c \to T$ des courbes $s \in S_{c,1}$ et de c sont des courbes simples; $\Pi(c)$ est transverse aux courbes $\Pi(s_i), s_i \in S_{c,1}$.

Démonstration. — Comme on peut trouver sur chaque courbe $s \in S_{c,1}$ un domaine fondamental pour f, qui est un arc de la forme $(x, f(x))$ contenu dans B_c, $\Pi(s)$ est un cercle qui est plongé dans T puisque $\Pi^{-1}(\Pi(s)) = s$ est plongé dans B_c.

Comme c est de comportement 1 par rapport à chaque courbe $s \in S_{c,1}$, la branche c coupe un domaine fondamental de $f_{|s}$ en un nombre fini de points (voir [Pa]). Supposons le domaine fondamental choisi sur s de la forme $(x, f(x))$, où $x \in s \cap c$.

Comme la courbe c est globalement invariante par $f, f(x)$ appartient à c.

Les points x et $f(x)$ bordent sur c un arc compact dont l'image dans T est la courbe simple $\Pi(c)$. Comme c est transverse aux courbes $s_i \in S_{c,1}$, il en est de même de leurs projections dans T.

2.3. *Remarque.* — La classe d'isotopie dans T de l'ensemble $\Pi(S_{c,1}) \cup \Pi(c)$ est un invariant de conjugaison de f.

Remarquons que les projections des branches stables de $S_{c,1}$ définissent le méridien du tore T. Une composante du bord d'un domaine fondamental de $\Pi^{-1}(T)$ définit le parallèle de T.

Considérons le champ de vecteurs X de S^2 dont les courbes stables et instables sont dessinées sur la figure 2.

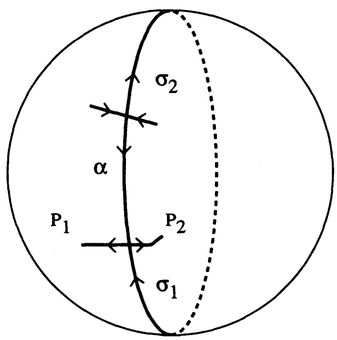

Figure 2

Notons ϕ_1 le temps 1 du flot de X.

Un domaine fondamental pour l'attracteur $A = (\sigma_1 \cup W^U(\sigma_1) \cup P_1 \cup P_2)$ est un anneau qui entoure l'arc $P_1\ \sigma_1\ P_2$.

Soit x un point de la branche instable α de σ_2 qui arrive en σ_1. Soit J une isotopie égale à l'identité hors d'un voisinage de l'arc $x, f(x)$ de α telle que l'image de l'arc de $x, f(x)$ de α soit un "S" comme sur la figure 3a).

Soit τ un twist de Dehn de support un domaine fondamental de $B(A) \setminus A$.

L'image de l'arc $x, f(x)$ de α est dans ce cas dessinée sur la figure 3b).

Les variétés invariantes de $J \circ f$ sont dessinées sur la figure 4a) et celles de $\tau \circ f$ sur la figure 4b).

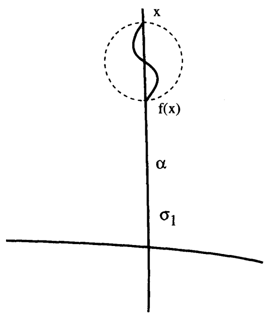

Figure 3a)

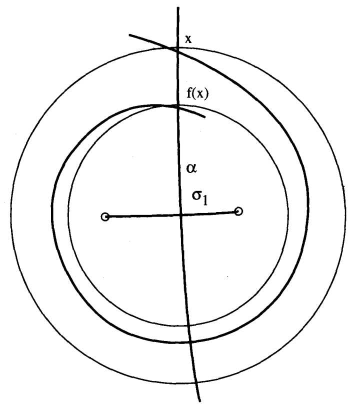

Figure 3b)

Soient c_a et c_b les deux branches instables en trait gras sur les figures 4.

L'image de c_a dans $T = B_{c_a}/(f)$ est dessinée sur la figure 5a) celle de c_b dans $B_{c_b}/(f)$ est dessinée sur la figure 5b).

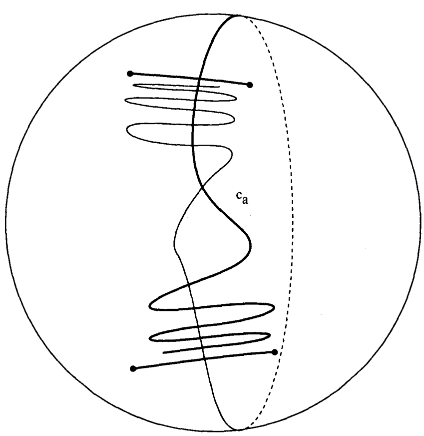

Figure 4a)

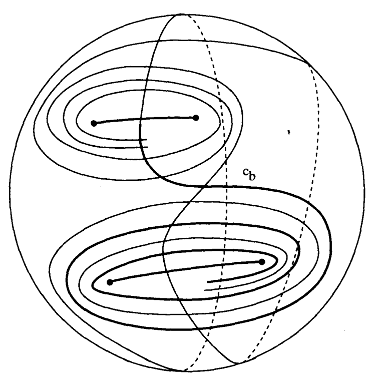

Figure 4b)

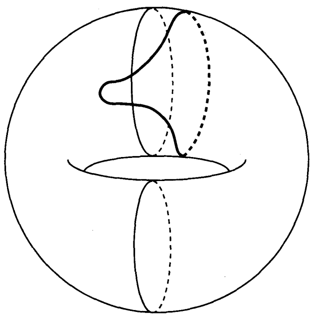
Figure 5a)

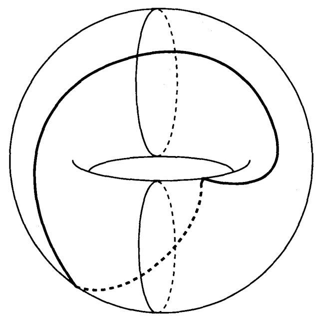
Figure 5b)

Les méridiens sont les courbes $\Pi(S_{c_{a,1}})$ resp. $\Pi(S_{c_{b,1}})$.

3. Difféomorphismes Morse-Smale et champs de vecteurs.

Les difféomorphismes $j \circ \phi_1$ et $\tau \circ \phi_1$ ne peuvent être le temps 1 d'un flot.

Les invariants du paragraphe précédent dictent la manière de détordre le difféomorphisme f pour obtenir le temps 1 d'un flot topologique, topologiquement conjugué à un champ de vecteur Morse-Smale quasi gradient (voir fig.6).

3.1. THÉORÈME — *Il existe une suite de twists de Dehn et d'isotopies analogues à celle de la figure 3a) de supports disjoints contenus dans des anneaux fondamentaux convenablement choisis tels que en composant à gauche le difféomorphisme f par ces isotopies et twists on obtienne le temps 1 d'un flot topologique, topologiquement conjugué à un champ de vecteurs Morse-Smale quasi gradient.*

3.2. COROLLAIRE (M. Shub et D. Sullivan [SS]). — *L'application induite par un difféomorphisme sans permutation sur le premier groupe d'homologie $H_1(M, R)$ est de la forme* Id + N *où* N *est une application linéaire nilpotente.*

Démonstration. — Deux attracteurs distincts ne peuvent se couper que si l'un est inclus dans l'autre. Si des anneaux fondamentaux doivent

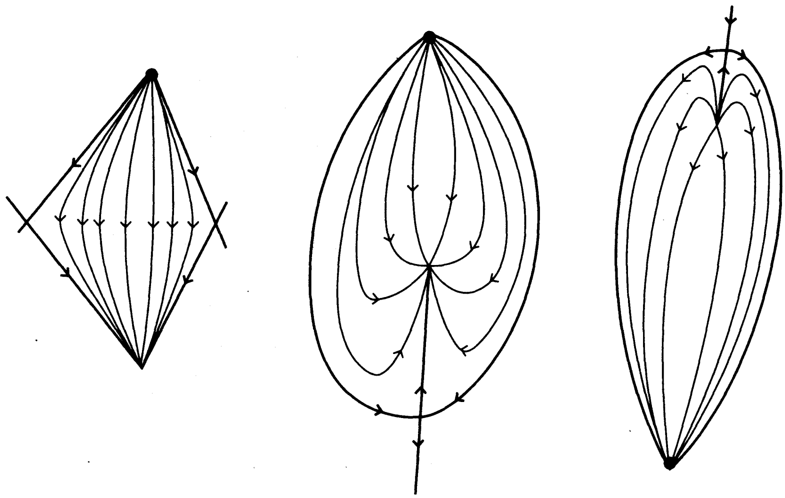

Figure 6

leur être associés ils peuvent donc dans tous les cas être choisis disjoints. Les classes d'homologie des âmes de ces anneaux, disons $a_1, ..., a_p$, une fois les répétitions éliminées, peuvent être complétées en une base $B = (a_1 ... a_p, b_1 ... b_1)$ de $H_1(M, R)$. Dans cette base la matrice de l'application f_γ induite par f est de la forme :

$$\begin{pmatrix} 1 & & & & & c(a_i,b_j) \\ & \ddots & 0 & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & 0 & \\ & 0 & & & \ddots & \\ & & & & & 1 \end{pmatrix}$$

où les nombres $c(a_i, b_j)$ se calculent à l'aide des nombres algébriques d'intersection $a_i \bullet b_j$:

$$c(a_i, b_j) = \Sigma\ a_i \bullet b_j (\#\ \text{tours du twist d'âme}\ \alpha_i)$$

et où la somme est faite sur les anneaux support de twists d'âmes α_i homologues à a_i.

Démonstration du théorème. — Soit c une branche instable de dimension 1 maximale dans le diagramme de Smale enrichi. Cela signifie que c n'est dominée par aucune courbe instable de f.

Soit A_c l'ensemble des points limites de c.

Soit A un attracteur maximal parmi les attracteurs contenant A_c et ne contenant pas c. Soit B_c la composante de $B(A)\setminus A$ qui contient c.

Considérons dans le tore $T = B_c/(f)$ l'image de c, des courbes instables qui sont contenus dans B_c et les méridiens $\Pi(S_{c,1})$.

L'hypothèse de maximalité de A garantit qu'une courbe instable qui entre dans B_c n'en sort pas. Soit $S_{B,1}$ l'ensemble des courbes stables de B_c maximales dans B_c pour l'ordre de Smale. On a $S_{c,1} \subset S_{b,1}$. Les courbes instables contenues dans B_c ont comme c des images compactes dans T. Soit I_S l'ensemble des projections dans T de ces courbes instables. Considérons dans T un disque D plongé bordé par un arc de $\Pi(S_{B,1})$ et un arc de I_S, disque minimal pour l'ordre d'inclusion (qui est un ordre partiel parmi ces disques).

Une isotopie J de support un voisinage de D appliquée à I_S supprime deux intersections de I_S avec les méridiens $\Pi(S_{B,1})$. Voir fig.6. Supposons qu'un arc de ∂D soit contenu dans $\Pi(c)$.

Une telle isotopie se relève en une isotopie $\tilde{J}$ de M de support contenu dans un disque contenu dans un domaine fondamental de B_c. Remarquons que l'isotopie $\tilde{J}$ modifie la branche c mais ne change pas les autres courbes instables.

De plus les autres branches instables sont encore des branches instables de $\tilde{J}\circ f$ tandis qu'une branche instable de $\tilde{J}\circ f$ admet comme projection dans T la courbe $J(\Pi(d))$. L'attracteur A est encore un attracteur de $\tilde{J}\circ f$ et B_c une composante de $B(A) - A$. Une branche stable de f a aussi été modifiée mais sa projection dans $B_c/\tilde{J}\circ f$ coïncide avec la projection de la branche stable non modifiée dans $B_c/(f)$.

Par récurrence en éliminant les disques minimaux successifs nous obtenons une application $J_p \circ J_{p-1} ... \circ J_1 \circ f$ qui est encore Morse-Smale, et que nous noterons à nouveau f, telle que $I_S \cup \Pi(S_{B,1})$ ne permette plus d'éliminer des intersections par isotopie à support un disque.

En choisissant comme parallèle l'image d'une composante orientée du bord d'un anneau fondamental de B nous voyons que les projections des branches invariantes contenues dans B_c sont des courbes de type $(p,1)$ de T^2 dans l'ordre parallèle, méridien, coupant chaque méridien en $\mid p \mid$ points.

Un twist de Dehn faisant $(-p)$ tours de support un voisinage d'un domaine fondamental "défait" ces dernières intersections. En d'autres termes les courbes instables de $\tau \circ f$ contenues dans la composante B_c du bassin (pour $\tau \circ f$) de A (qui est un attracteur pour f) sont maintenant également des méridiens du tore $T = B_c/(\tau \circ f)$ qui, en choisissant convenablement τ, sont disjoints des méridiens provenant des courbes stables.

Remarquons que le twist ne touche pas les autres variétés instables.

En procédant par récurrence descendante nous obtenons un difféomorphisme Morse-Smale pour lequel l'ensemble limite de chaque courbe instable est un puits. L'ensemble limite de chaque courbe stable sera donc une source. Ce dernier difféomorphisme est le temps 1 d'un flot topologique, topologiquement conjugué à un champ de vecteurs Morse-Smale quasi gradient. Voir [Pe1].

Remarquons que les isotopies et twists sont déterminés par les invariants définis au §2, ainsi que par les quotients compacts des nouvelles courbes instables obtenues au cours de la récurrence.

4. Remarques et questions.

S.Kh. Aranson et V.Z. Grines [AG] signalent que l'intersection d'une branche stable et d'une branche instable de dimension 1 d'un difféomorphisme Morse-Smale lorsque, après avoir orienté ces branches, l'orientation du repère défini en chaque point d'intersection est constante, a été étudiée par A.N. Bezdenezhnykh et V.Z. Grines dans [BZ]. Dans un anneau fondamental la branche instable tourne alors toujours dans le même sens. Une amélioration du diagramme de Smale enrichi, notée $\tilde{G}^*(f)$, permet de classer ces difféomorphismes Morse-Smale. L'action de f sur une (co)homologie tordue (voir [F]) devrait parvenir au même résultat.

Les invariants que nous avons définis au §2 permettent d'expliciter la topologie de $M/(f)$ évidemment non séparée, ou de $(M - \operatorname{Per} f)/(f)$ aussi non séparée dès que f admet des selles.

Pour obtenir une classification des difféomorphismes Morse-Smale sans permutation de surfaces orientables, il ne suffit pas de savoir classifier les champs Morse-Smale, ce qui a été fait par Peixoto et d'utiliser les invariants du §2.

En effet, soit ϕ_1 le difféomorphisme Morse-Smale obtenu à la fin de §3 à partir du difféomorphisme sans permutation f_1; notons A la composition de la suite d'isotopie et de twists du §3.

Soit g un difféomorphisme qui préserve chacun des domaines de Peixoto (voir fig.6 et [Pe1], [Pe2]) ainsi que chacune des courbes invariantes.

A priori $f_1 = A^{-1}\phi_1$ et $f_2 = A^{-1}g^{-1}\phi_1\ g$ n'ont pas de raison d'être conjugués, cependant la construction du §3 leur associe les mêmes invariants.

Des invariants analogues peuvent être associés à des difféomorphismes satisfaisant l'axiome A et la transversalité des variétés invariantes ([L]).

La situation sera certainement plus compliquée en dimension $n \geq 3$. La figure 7 montre que la manière dont une courbe instable approche un puits P peut faire apparaitre un noeud dans le quotient $(B(P) - P)/(f)$ qui est topologiquement $S^2 \times S^1$.

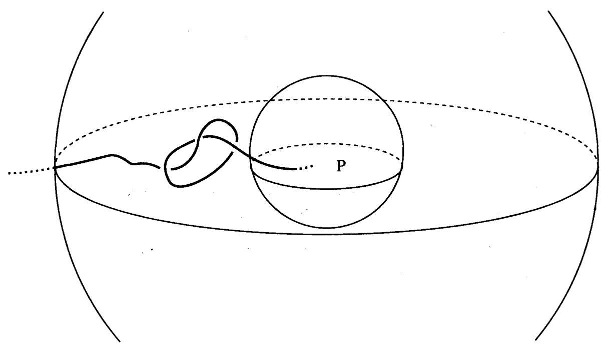

Figure 7

L'action du difféomorphisme sur le diagramme du Smale enrichi et sur les invariants associés au §2 à une puissance sans permutation de f pourrait permettre de décomposer f dans le cas général d'une manière analogue à ce que nous avons fait au §3. Cependant il se peut que les orbites périodiques nous forcent à introduire des champs Morse-Smale ayant des orbites périodiques.

Les invariants du §2 peuvent se décrire à l'aide de l'intersection $J_S \cap S_{B,1}$ vue comme noeud de dimension 0 sur les méridiens, c'est-à-dire retenant les ordres sur $S_{B,1}$ et sur J_S.

L'étude géométrique des courbes invariantes d'un difféomorphisme Morse-Smale a été le point de départ du présent travail (cf. [CL]).

BIBLIOGRAPHIE

[AG] S.Kh. ARANSON and V.Z. GRINES, The topological classification of cascades on closed two dimensional manifolds, Uspekhi Mat. Nauk, 41, 1 (1990), 3-32.

[BG] A.N. BEZDENEZHNYKH and V.Z. GRINES, Diffeomorphisms with orientable heteroclinic sets on two-dimensional manifolds, Methods of the quantitative theory of differential equations, Gorkii State University, Gorkii (1985), 139-152.

[CL] A. CASCON et R. LANGEVIN, A labyrinth and other ways to lose one's way. Proceedings Heraklion. Singularities and dynamical systems S.N. Pnevmatikos (editor), Elsevier Science Published B.V, North Holland, 1985.

[Fl] FLEITAS. Classification of gradient like flows in dimension two and three, Bol. Soc. Bras. Mat., (1975), 155-183.

[F] D. FRIED, Entropy and twisted cohomology, Topology, Vol. 25 n°4 (1986), 455-470.

[L] R. LANGEVIN, Motifs des difféomorphismes en dimension 2, Manuscrit 1992.

[Pa] J. PALIS, On Morse-Smale dynamical systems, Topology, Vol. 8, 385-404.

[PaM] J. PALIS and W. de MELO, Geometric theory of dynamical systems. An introduction, Springer, New York, 1982.

[Pe1] M. PEIXOTO, Structural stability on two manifolds, Topology, 1 (1962), 101-120.

[Pe2] M. PEIXOTO, On the classification of flows on 2-manifolds, Proc. Symp. Dyn. Systems Salvador. Acad. Press, 1973, 389-419.

[SS] M. SHUB and D. SULLIVAN, Homology theory and dynamical systems, Topology, 14 (1975), 109-132.

Manuscrit reçu le 17 avril 1991,
révisé le 23 mars 1992.

Rémi LANGEVIN,
Université de Bourgogne
Département de Mathématiques
Unité associé au CNRS n° 755
B.P. 138
21004 Dijon Cedex (France).