

ANNALES DE L'I. H. P., SECTION A

G. WATAGHIN

Sur une théorie non locale

Annales de l'I. H. P., section A, tome 1, n° 1 (1964), p. 47-53

http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1964__1_1_47_0

© Gauthier-Villars, 1964, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P., section A » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Sur une théorie non locale

par

G. WATAGHIN

1. Considérations préliminaires. — Les expériences [1] sur les collisions élastiques à haute énergie démontrent directement l'existence d'un « cut-off » soit du « moment transféré », soit des énergies finales des particules émises dans la collision, si ces énergies sont mesurées dans des référentiels spécialement choisis dénommés « référentiels de vertex » (« vertex frames ») [2].

Dans ce qui suit, nous allons accepter ces résultats et en déduire la non-localité des interactions, ainsi que la nécessité de décrire, en utilisant les domaines étendus à quatre dimensions, la structure des particules élémentaires ayant une masse au repos, différente de zéro.

Il est possible d'interpréter cette description en introduisant une matrice de densité universelle, qui permet de calculer des moyennes pour chaque observable définie dans l'espace-temps et qui contient une constante universelle dénommée « longueur fondamentale » $l = \frac{1}{2M_p}$, où M_p est une constante de l'ordre de la masse du proton (on utilise les unités $\hbar = 1, c = 1$). L'existence de cette matrice universelle D_l est liée à l'interaction de chaque particule avec le « vacuum » et par conséquence aussi à la structure quantitative des instruments de mesure et des référentiels [3].

La covariance de la théorie non locale, proposée ici, par rapport au groupe de Lorentz est vérifiée rigoureusement et sera discutée en ce qui suit. Les principes de causalité macroscopique et de l'unitarité sont aussi satisfaits.

2. Introduction des opérateurs de « cut-off » dans les hamiltoniens d'interaction et dans la matrice S. — Les considérations suivantes se réfèrent aux interactions fortes et faibles qui ont le caractère de faible portée et aux phénomènes électromagnétiques où l'interaction

avec le vide joue un rôle important comme dans tous les problèmes de self-énergie et de l'interaction photon-photon. Comme point de départ nous acceptons la validité des règles A et B suivantes énoncées et discutées dans une Note précédente.

Soit H' l'hamiltonien d'interaction et \mathcal{H}' la densité hamiltonienne définis en employant la représentation dans l'espace des moments et la seconde quantification des champs et contenant les termes construits avec des produits des opérateurs de création a_p^\dagger, \dots et de destruction a_p, \dots de particules et soit V un vertex d'un diagramme de la matrice S (obtenue à partir de H' , par exemple, au moyen de la méthode de Tamm et Dancoff ou par la méthode de perturbation). A chaque opérateur de création et de destruction en H' la théorie non locale associe un opérateur de « cut-off » G^* ou G fonction des invariants relativistes définis ci-dessous en accord avec les règles empiriques A et B suivantes [2] :

Règle A : En chaque vertex V il existe un référentiel nommé « référentiel de vertex » (« V-frame »), pour lequel les moments p des particules physiques annihilées ou créées dans ce vertex, possèdent un spectre différentiel limité statistiquement par un « cut-off » pour les valeurs de $|\vec{p}| > 2M_p = l^{-1}$ de telle façon que la valeur moyenne $\langle |\vec{p}| \rangle$ de $|\vec{p}|$ satisfait la relation

$$(1) \quad \langle |\vec{p}| \rangle \lesssim 2M_p.$$

Règle B : Pour chaque ligne interne d'un diagramme de la matrice S l'invariant du moment transféré $\sqrt{|q^2|} = \Delta$ est limité statistiquement par un « cut-off » et satisfait la relation

$$(2) \quad \langle \Delta \rangle \lesssim 2M_p.$$

Les données des rayons cosmiques indiquent que la composante transverse p_t de l'impulsion \vec{p} satisfait (pour le cas des « jets ») en moyenne la relation

$$(2') \quad \langle p_t \rangle \lesssim \frac{1}{2} M_p,$$

d'où l'on peut déduire que, dans ces collisions, la relation (2) est vérifiée [5]. Ces règles empiriques peuvent servir comme point de départ pour la formulation d'une théorie non locale.

Le référentiel V , dont l'existence est postulée dans la règle A, est connu pour un certain groupe de cas par un examen direct des résultats de l'observation des collisions à haute énergie [2], mais jusqu'à présent la justification théorique du choix de ce référentiel V ne peut être obtenue que seulement dans quelques cas. Ce choix dépend de la nature de l'approximation qu'on

applique pour calculer la matrice S . Ainsi, si l'on écrit l'hamiltonien (dans l'espace des moments) d'un problème stationnaire relativiste de Lee et si l'on impose des restrictions sur les nombres des particules qui rendent ce problème exactement soluble, on peut introduire dans chaque terme de l'hamiltonien d'interaction les facteurs de « cut-off » de la manière indiquée ci-dessous et l'on trouve que le référentiel V en résulte univoquement défini [6] pour chaque vertex par la condition que c'est le référentiel du centre des moments (CM). Le même choix (CM) est imposé par des considérations de symétrie dans le cas de l'annihilation d'une paire (d'une particule et d'une anti-particule).

Pour le cas d'un choc élastique ou, plus généralement, d'un diagramme à quatre lignes externes, le référentiel d'un vertex s'obtient en partant de la solution du cas précédent, par l'application de la loi de substitution, en passant d'une réaction à une « crossed reaction ». On trouve que le référentiel V est celui où le moment tridimensionnel total des particules physiques créées et détruites au vertex est nul (les lignes internes ne contribuent pas à cette définition) (voir [2]). La possibilité d'appliquer la loi de la substitution aux opérateurs de « cut-off » se déduit du fait que ces opérateurs sont des invariants relativistes du problème. Pour la justification du choix du référentiel V dans le cas de la production multiple des mésons et en particulier du modèle à deux centres (ou aussi du modèle de plusieurs « fire-balls ») (voir [2]). Enfin, pour tous les problèmes relatifs à la self-energie ou aux masses des particules, le référentiel V de tous les vertex est évidemment le référentiel CM de repos de la particule même.

Une fois fixé le référentiel « V-frame » pour chaque vertex d'un diagramme, on définit les facteurs de forme (« cut-off operators ») par le procédé suivant. Soit P le 4-vecteur du moment total des particules physiques (créées ou annihilées au vertex V donné) qui détermine le référentiel V par la condition : $\vec{P} = 0$. On a

$$P_\mu P^\mu = m^2 > 0.$$

Soit u_μ un 4-vecteur, de module 1, parallèle à P_μ :

$$u_\mu = \frac{1}{m} P_\mu.$$

Alors on définit pour chaque 4-vecteur k_μ les invariants

$$(3) \quad \begin{cases} I_t = I_t(k, u) = lk_\mu u^\mu. \\ I_s = I_s(k, u) = (I_t^2 - l^2 k_\mu k^\mu)^{\frac{1}{2}}. \end{cases}$$

Donc dans le « V-frame » : $\vec{P} = 0$, $u = (1, 0, 0, 0)$ et

$$(4) \quad \begin{cases} I_t = l(k_0)_v, \\ I_s = l|\vec{k}|_v. \end{cases}$$

Les opérateurs de « cut-off » associés aux opérateurs de création a^* sont

$$\mathfrak{G}^* = \mathfrak{G}^*(k, u) = (1 + I_s^2)^{-1}(1 + iI_t)^{-1};$$

les opérateurs associés aux opérateurs de destruction a sont

$$(4') \quad \mathfrak{G}(k, u) = \mathfrak{G} = (1 + I_s^2)^{-1}(1 - iI_t)^{-1}.$$

Les transformées de Fourier de ces opérateurs sont des invariants qui, dans le référentiel V, ont une forme particulièrement simple

$$f^* = f^*(\eta, u) = \int \mathfrak{G}^*(k, u) e^{ik_\mu \eta^\mu} d^4k$$

$$(5) \quad = \begin{cases} (4\pi l^3 |\vec{\eta}|)^{-1} \exp\left[-\frac{|\vec{\eta}|}{l}\right] \exp\left[-\frac{\eta_0}{l}\right] (2\pi)^4 & \text{si } \eta_0 \geq 0, \\ 0 & \text{si } \eta_0 < 0; \end{cases}$$

$$f = f(\eta, u) = \int \mathfrak{G}(k, u) e^{+ik_\mu \eta^\mu} d^4k$$

$$(5') \quad = \begin{cases} 0 & \text{si } \eta_0 > 0, \\ (4\pi l^3 |\vec{\eta}|)^{-1} \exp\left[-\frac{|\vec{\eta}|}{l}\right] \exp\left[\frac{\eta_0}{l}\right] (2\pi)^4 & \text{si } \eta_0 < 0. \end{cases}$$

(5) et (5') permettent de calculer la moyenne d'une composante de Fourier e^{-ikx} : $(2\pi)^{-4} \int f^*(\eta, u) e^{-ik(\eta+x)} d^4\eta = \mathfrak{G}^*(k, u) e^{-ikx}$ et de définir ainsi la

matrice D_l [Pour e^{ikx} on trouve : $(2\pi)^{-4} \int f(\eta, u) e^{-ik\eta + ikx} d^4\eta = \mathfrak{G}(k, u) e^{ikx}$].

Le choix de ces facteurs de forme n'est pas définitif étant donné que la théorie non locale dans sa forme présente et imparfaite ne permet que des calculs approximatifs pour les sections efficaces, les masses et les constantes de cou-

plage, à partir d'une seule constante universelle $1 = \frac{1}{2M_p}$. On est au com-

mencement de l'étude de ce programme. Mais le choix (4), (4') possède des caractères qui, selon l'idée de celui qui écrit, doivent être vérifiés par les théories futures : il satisfait aux conditions de la covariance relativiste et de la causalité macroscopique. En effet, en partant d'une formulation locale relativiste d'un hamiltonien H, ou de l'amplitude invariante d'une

transition correspondant à un diagramme donné de la matrice S , on passe à la formulation non locale dans l'espace des moments par l'introduction des invariants (4), (4') dans l'hamiltonien et dans la matrice de l'amplitude invariante, qui conserve le caractère hermitien de l'hamiltonien et l'invariance relativiste du formalisme. Le nombre des invariants indépendants nécessaires pour appliquer un « cut-off » à un diagramme de l'ordre n croît rapidement avec le nombre des lignes externes $N = N_i + N_f$ (où N_i indique le nombre des particules absorbées et N_f le nombre des particules émises dans le diagramme). Le nombre de ces invariants indépendant est $(3N - 10)$ pour $N \geq 4$ (1). Les invariants (3), appartiennent au groupe de ces invariants.

La causalité macroscopique est assurée par le choix des « cut-off » : $(1 \pm iI_i)^{-1}$, qui, en vertu de (5), déterminent l'annulation du propagateur (et des effets d'une interaction) pour le passé, s'il s'agit des particules créées. D'autre part les propagateurs des particules annihilées dans un vertex, calculés en utilisant (5'), ne donnent aucune contribution pour le futur.

La nature approximative du procédé proposé ici est encore plus évidente si l'on examine comment le calcul d'un diagramme particulier peut être fait. Les lignes externes représentent les corpuscules habillés (avec leur masse renormalisée). Les « fonctions du vertex » doivent également représenter ces vertex avec toutes les « corrections radiatives », cela veut dire avec l'interaction avec le vide opérant. Dans le calcul de ces corrections radiatives le « V-frame » reste fixé par les lignes externes. Les propagateurs de lignes externes doivent aussi être renormalisés. Pour le moment, on ne peut faire tous ces calculs que par approximations successives et en séparant le calcul des « self-énergies » et des « vertex-fonctions » du calcul du diagramme. La convergence de ce procédé de calcul, n'est pas démontrée, mais avec un choix convenable des opérateurs de « cut-off » elle est probable. La convergence dépend aussi du fait suivant : les diagrammes sont déduits habituellement à partir d'un processus d'itération suivant la méthode de Dirac. Dans ce procédé, on doit limiter les intervalles du temps de la manière connue. Avec les facteurs de forme (5), les domaines d'interaction D_1 pour lesquels f^* ou f est ~ 1 , ne peuvent pas être éloignés dans l'espace et dans le temps arbitrairement. Ils sont partiellement superposés et si le centre des moments est en repos, ces domaines sont tous superposés partiellement à un seul domaine de l'ordre de l^4 . La probabilité d'une telle

(1) Ce nombre augmente ultérieurement si l'on considère les spineurs et les tenseurs qui définissent la polarisation des particules.

superposition diminue rapidement (par la loi de Poisson) quand le nombre des vertex augmente (*voir* [6]). S'il s'agit de plusieurs particules avec des domaines « en contact », ou si l'on a des domaines partiellement superposés, mais qui ont des intervalles d'extension en temps déplacés l'un par rapport à l'autre, on peut voir que jamais la propagation « en moyenne » des interactions ne peut être réalisée avec une vitesse moyenne supérieure à la vitesse limite $c = 1$, si les facteurs de forme sont du type (5). Cette condition est essentielle pour la causalité macroscopique.

La remarque suivante peut servir pour montrer clairement la nécessité d'appliquer le « cut-off » à toutes les lignes externes et internes d'un diagramme d'une matrice S et à tous les opérateurs de création et d'absorption d'un hamiltonien d'interaction représenté dans l'espace des moments. Si l'on considère une ligne externe et si l'on accepte la règle B déduite de l'expérience concernant le « cut-off » du moment transféré relatif à cette ligne, on trouve, en appliquant la transformation de Fourier, que au moins une extrémité de cette ligne (considérée dans l'espace-temps) est soumise à un processus de moyenne dans un domaine D_l (à quatre dimensions). Autrement dit, la position du vertex correspondant est incertaine à peu près dans ce domaine D_l (de volume $\sim l^4$). Les autres lignes qui terminent au même vertex, auraient, par conséquent, aussi une incertitude dans le même domaine D_l et pourtant seraient soumises à un « cut-off ». Le sens physique de ce « cut-off » est lié à l'interaction avec le vide : en effet, ces « cut-off » sont en relation avec les fluctuations du vide et précisément avec la formation des paires virtuelles de baryons (et probablement avec d'autres groupes de particules). Cela détermine la nature des interactions à très courtes distances comme elles se manifestent dans les collisions inélastiques ou dans les collisions élastiques à haute énergie avec un cœur répulsif.

3. Conclusions. — La théorie non locale examinée ci-dessus se propose d'éliminer les divergences et de permettre un calcul approximatif des sections efficaces de collision, des masses et des constantes de couplage en partant d'une seule nouvelle constante universelle : $l = (2M_p)^{-1}$.

En particulier, dans le cas des interactions faibles, si l'on introduit un boson intermédiaire, sa masse devrait être aussi de l'ordre de $2M_p$. Dans une théorie de ce genre on ne pourrait pas faire de mesures de longueurs et d'intervalles de temps beaucoup plus petites que l . Cela introduit probablement une limitation fondamentale pour l'application des équations de la gravitation einsteinienne et des autres équations aux dérivées partielles dans des domaines plus petits de l^4 , leur applicabilité pour des domaines macroscopiques restant valable pour les champs moyens.

Le choix de la valeur $l = (2M_p)^{-1}$ adopté ci-dessus a été suggéré par les calculs des sections efficaces de collisions et de quelques masses effectuées par un groupe de physiciens de Turin (E. Jalla, M. Rota, V. Wataghin) qui sont en bon accord avec les expériences.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. N. DIDDENS, E. LILLETHUN, G. MANNING, A. E. TAYLOR, T. G. WALKER et A. M. WETHERELL, *Proc. of the 1962 International Conference on High Energy Nuclear Physics at Geneva*; W. F. BAKER, E. W. JENKINS, A. L. READ, G. COCCONI, V. T. COCCONI et J. OREAR, *Phys. Rev. Lett.*, t. 9, 1962, p. 221; K. J. FOLEY, S. J. LINDENBAUM, W. A. LOVE, S. OSAKI, J. J. RUSSEL et L. C. L. YUAN, *Phys. Rev. Lett.*, t. 10, 1963, p. 376.
- [2] G. WATAGHIN, *Nuovo Cimento*, t. 30, 1963, p. 483.
- [3] En effet, la définition même des coordonnées de position et de temps implique l'observation d'une coïncidence entre, au moins, deux corpuscules et d'une interaction entre elles et avec les particules qui constituent les instruments de mesure. Les fluctuations statistiques, dues à ces interactions et spécialement à la polarisation du vide, deviennent particulièrement importantes à hautes énergies (nécessaires pour des mesures précises) et ne peuvent pas être éliminées. D'autre part, aucune limite n'est introduite pour la précision des mesures des moments. Ainsi la transformation de Lorentz des moments peut être introduite dans le sens classique (avec une précision arbitraire) et son emploi implique aussi l'introduction de la forme quadratique fondamentale de la métrique, qui est à la base de toutes les mesures.
- [4] G. WATAGHIN, *Nuovo Cimento*, t. 14, 1959, p. 1157, voir aussi : *Nuovo Cimento*, t. 5, 1957, p. 689; t. 10, 1953, p. 500.
- [5] S. C. FRAUTSCHI, *Nuovo Cimento*, t. 28, 1963, p. 409.
- [6] G. WATAGHIN, *Nuovo Cimento*, t. 5, 1957, p. 689.
- [7] M. ROTA et G. WATAGHIN, en cours de publication.

(Manuscrit reçu le 12 décembre 1963).
