ANNALES DE L'I. H. P., SECTION A

G. RIDEAU

Sur la réduction du produit tensoriel des représentations de la série discrète de $SL(2, R)$

Annales de l'I. H. P., section A, tome 4, nº 1 (1966), p. 67-76
<http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1966__4_1_67_0>

Ann. Inst. Henri Poincaré,
Vol. IV, n° 1, 1966, p. 67-76.

Section A :
Physique théorique.

Sur la réduction du produit tensoriel des représentations de la série discrète de SL(2, R)

par

G. RIDEAU
Institut Henri Poincaré, Paris.

INTRODUCTION

Comme l'on sait [*1*] [*2*], le groupe SL(2, R), à la différence de SL(2, C), possède deux séries principales de représentations unitaires. L'une d'elles est l'analogue, réelle, de la série principale de SL(2, C); la seconde qui, seule, nous intéressera ici, est une série discrète dont chaque représentation est caractérisée par un nombre entier et se réalise dans un espace de fonctions analytiques. Certaines propriétés rapprochent ces représentations des représentations unitaires de SU(2) [*3*]. Dans la mesure où le groupe SL(2, R) peut présenter quelque intérêt en physique, il semble raisonnable d'admettre que ce soit par l'intermédiaire de ses représentations discrètes.

Dans cet article, nous en donnerons une construction s'appuyant sur la théorie des représentations induites de Mackey, ce qui nous permettra de traiter la réduction du produit tensoriel par une adaptation convenable du théorème d'induction-réduction. Nous n'envisagerons d'ailleurs pas tous les produits tensoriels possibles des représentations de la série discrète, mais seulement ceux du type $D^+ \otimes D^-$ (voir plus loin pour ces notations), les autres cas ayant été étudiés par ailleurs [*4*].

§ 1. — LA SÉRIE DISCRÈTE DE SL(2, R)

Suivant Bargman [1], SL(2, R) est isomorphe au groupe G des matrices de la forme :

$$\begin{vmatrix} a & b \\ \bar{b} & \bar{a} \end{vmatrix}, \qquad |a|^2 - |b|^2 = 1.$$

Nous avons, univoquement, la décomposition :

$$\begin{vmatrix} a & b \\ \bar{b} & \bar{a} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1-|z|^2}} & \dfrac{\bar{z}}{\sqrt{1-|z|^2}} \\ \dfrac{z}{\sqrt{1-|z|^2}} & \dfrac{1}{\sqrt{1-|z|^2}} \end{vmatrix}, \qquad |z| < 1 \tag{1}$$

et, donc, l'espace des classes d'équivalence de G relativement à son sous-groupe maximal peut être identifié au disque unité (ouvert) du plan complexe.

La représentation de G induite par la représentation :

$$\begin{vmatrix} e^{i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{vmatrix} \to e^{is\varphi}$$

du sous-groupe compact maximal se réalise dans l'espace des fonctions $\varphi(z)$ de z et $\bar{z}$, de carré sommable pour la mesure :

$$\frac{dz}{(1-|z|^2)^2}$$

mesure quasi invariante dans le disque unité ([1]). Et l'on a la loi de transformation :

$$\varphi(z) \to \left(\frac{bz+\bar{a}}{|bz+\bar{a}|}\right)^{-s} \varphi\left(\frac{az+\bar{b}}{bz+\bar{a}}\right). \tag{2}$$

Pour $s > 0$, introduisons $F_+(z)$ par :

$$F_+(z) = \frac{\varphi(z)}{(1-z\bar{z})^{s/2}} \tag{3}$$

(2) donne alors :

$$F_+(z) \to (bz+\bar{a})^{-s} F_+\left(\frac{az+\bar{b}}{bz+\bar{a}}\right) \tag{4}$$

([1]) Dans tout ce qui suit, nous notons dz l'élément d'aire du plan complexe de la variable z.

la norme de $F_+(z)$ étant :

$$\| F_+(z) \|^2 = \int_{|z|<1} | F_+(z) |^2 (1 - |z|^2)^{s-2} dz.$$

Les fonctions $F_+(z)$ analytiques dans le disque unité forment donc un sous-espace fermé invariant pour la représentation pourvu que $s \geqslant 2$. Nous noterons D_s^+ la représentation de G induite sur ce sous-espace par (4).

Pour $s < 0$, nous écrirons (2) sous la forme

$$\varphi(z) \to \left(\frac{\bar{b}\bar{z} + a}{|\bar{b}\bar{z} + a|}\right)^s \varphi\left(\frac{az + \bar{b}}{bz + \bar{a}}\right) \tag{2'}$$

et nous poserons :

$$F_-(z) = \frac{\varphi(z)}{(1 - z\bar{z})^{-s/2}} \tag{5}$$

(2') donne alors :

$$F_-(z) \to (\bar{b}\bar{z} + a)^s F_-\left(\frac{az + \bar{b}}{bz + \bar{a}}\right) \tag{6}$$

la norme de $F_-(z)$ étant :

$$\| F_-(z) \|^2 = \int | F_-(z) |^2 (1 - |z|^2)^{-s-2} dz \tag{7}$$

et sous la condition $-s \geqslant 2$, les fonctions anti-analytiques en z dans le disque unité forment un sous-espace fermé invariant pour la représentation. Nous noterons D_{-s}^- la représentation de G induite sur ce sous-espace par (6).

On reconnaît dans $D_{\pm s}^{\pm}$ les représentations discrètes telles qu'elles ont été construites par Bargman, à l'application $z \to \bar{z}$ près pour D_{-s}^-.

Il peut être intéressant de noter que les représentations unitaires irréductibles de SU(2) peuvent être construites selon la même méthode. Il suffit de partir de la décomposition :

$$\begin{vmatrix} u & v \\ -\bar{v} & \bar{u} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{1 + |z|^2}} & -\dfrac{\bar{z}}{\sqrt{1 + |z|^2}} \\ \dfrac{z}{\sqrt{1 + |z|^2}} & \dfrac{1}{\sqrt{1 + |z|^2}} \end{vmatrix}$$

Les représentations de SU(2) induites par les représentations unitaires unidimensionnelles du sous-groupe diagonal se réalisent dans un espace de fonctions $f(z)$, de carré sommable pour la mesure :

$$\frac{dz}{(1 + |z|^2)^2}.$$

Par des transformations analogues à (3) et (5) on obtiendra une forme de la représentation dont nous extrairons les représentations irréductibles, cherchée par une condition d'analyticité ou d'anti-analyticité.

§ 2. — LE PRODUIT TENSORIEL $D_{s_1}^+ \otimes D_{s_2}^-$

Comme nous l'avons annoncé, nous ne nous intéressons qu'à la réduction des produits tensoriels $D_{s_1}^+ \otimes D_{s_2}^-$. D'après le paragraphe précédent, la représentation $D_{s_1}^+$ peut se réaliser dans un espace de Hilbert de fonctions $\varphi(z_1)$ définies sur le disque unité C_1 du plan complexe $z_1(|z_1| < 1)$ et telles que :

$$(8_1) \qquad 1^\circ \quad \int |\varphi(z_1)|^2 \frac{dz_1}{(1-|z_1|^2)^2} < \infty$$

$$(8_2) \qquad 2^\circ \quad \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1} \frac{\varphi(z_1)}{(1-|z_1|^2)^{s_1/2}} = 0 \qquad\qquad s_1 \geqslant 2$$

la loi de transformation étant :

$$(9) \qquad \varphi(z_1) \rightarrow \left(\frac{bz_1+\bar{a}}{|bz_1+\bar{a}|}\right)^{-s_1} \varphi\left(\frac{az_1+\bar{b}}{bz_1+\bar{a}}\right).$$

De même $D_{s_2}^-$ peut se réaliser dans un espace de Hilbert de fonctions $\varphi(z_2)$ définies sur le disque unité C_2 du plan complexe $z_2(|z_2| < 1)$, et telles que :

$$(8'_1) \qquad 1^\circ \quad \int |\varphi(z_2)|^2 \frac{dz_2}{(1-|z_2|^2)^2} < \infty$$

$$(8'_2) \qquad 2^\circ \quad \frac{\partial}{\partial \bar{z}_2} \frac{\varphi(z_2)}{(1-|z_2|^2)^{s_2/2}} = 0 \qquad\qquad s_2 \geqslant 2$$

la loi de transformation étant :

$$(9') \qquad \varphi(z_2) \rightarrow \left(\frac{\bar{b}z_2+a}{|\bar{b}z_2+a|}\right)^{-s_2} \varphi\left(\frac{\bar{a}z_2+b}{\bar{b}z_2+a}\right).$$

Le produit tensoriel $D_{s_1}^+ \otimes D_{s_2}^-$ se réalise alors dans l'espace de Hilbert des fonctions $\varphi(z_1, z_2)$, définies sur $C_1 \times C_2$, et telles que :

$$(10_1) \qquad 1^\circ \quad \int |\varphi(z_1, z_2)|^2 \frac{dz_1}{(1-|z_1|^2)^2} \frac{dz_2}{(1-|z_2|^2)^2} < \infty$$

$$(10_1)\qquad 2^o\quad \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1}\frac{\varphi(z_1, z_2)}{(1-|z_1|^2)^{s_1/2}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}_2}\frac{\varphi(z_1, z_2)}{(1-|z_2|^2)^{s_2/2}} = 0$$

et l'on a la loi de transformation ([2]) :

$$(11)\quad \varphi(z_1, z_2) \to \left(\frac{bz_1+\bar{a}}{|bz_1+\bar{a}|}\right)^{-s_1}\left(\frac{\bar{b}z_2+a}{|\bar{b}z_2+a|}\right)^{-s_2}\varphi\left(\frac{az_1+\bar{b}}{bz_1+\bar{a}}, \frac{\bar{a}z_2+b}{\bar{b}z_2+a}\right).$$

Nous supposerons $s_1 - s_2 \geqslant 0$, et nous indiquerons brièvement quelles modifications doivent être apportées aux calculs et aux résultats lorsque $s_1 - s_2 < 0$.

§ 3. — DÉFINITION DES DOUBLES CLASSES ET DÉSINTÉGRATION DE LA MESURE

Soient z_1 et z_2 deux points de C_1 et C_2 respectivement. Nous voulons caractériser la variété invariante par G (double classe) qu'ils déterminent. Par une première transformation, nous amènerons z_1 au centre de C_1, z_2 en z_2', puis, par une rotation, qui laisse invariante le centre de C_1, nous pourrons amener z_1' sur le demi-axe réel positif. Autrement dit, chaque double classe peut se caractériser par le couple de points $(0, x)$, $x > 0$. D'après (1), chaque point de la double classe $(0, x)$ a pour coordonnées :

$$\left(Z, \frac{xe^{-2i\varphi}+\bar{Z}}{1+Zxe^{-2i\varphi}}\right)\qquad |Z|<1,\quad 0<x<1$$

et quand x varie sur le segment $(0, 1)$ nous obtenons tous les points de $C_1 \times C_2$. Nous sommes donc amenés au changement de variables :

$$(12)\qquad z_1 = Z,\qquad z_2 = \frac{\zeta+\bar{Z}}{1+\zeta Z},\qquad |Z|<1,\quad |\zeta|<1$$

le module de ζ repérant la double classe à laquelle appartient (z_1, z_2) ([3]). En fonction des nouvelles variables, la mesure :

$$\frac{dz_1}{(1-|z_1|^2)^2}\cdot\frac{dz_2}{(1-|z_2|^2)^2}$$

([2]) Nous avons adopté des formes inhabituelles des représentations $D_{s_1}^+$ et $D_{s_2}^-$ afin de rester le plus près possible du formalisme des représentations induites.

([3]) Nous ne considérons là que presque toutes les doubles classes, en excluant les (z_1, z_2) tels que $|z_1| = |z_2| = 1$, auquel cas ni z_1, ni z_2 ne peuvent être amenés aux centres de C_1 ou C_2. Mais, d'après l'hypothèse $s_1 \geqslant 2, s_2 \geqslant 2$, nous n'omettonslà qu'un ensemble négligeable de doubles classes. Cf. Remarque finale.

s'écrit :

$$\frac{dZ}{(1-|Z|^2)^2}\cdot\frac{d\zeta}{(1-|\zeta|^2)^2}. \tag{13}$$

§ 4. — EXPRESSION DU PRODUIT TENSORIEL EN FONCTION DES NOUVELLES VARIABLES

Si nous posons :

$$\Phi(Z,\zeta)=\left(\frac{1+\zeta Z}{|1+\zeta Z|}\right)^{-s_2}\varphi(z_1,z_2) \tag{14}$$

où, au second membre, z_1 et z_2 doivent être remplacés par leurs expressions (12), la représentation s'écrit :

$$\Phi(Z,\zeta)\to\left(\frac{bZ+\bar a}{|bZ+\bar a|}\right)^{s_2-s_1}\Phi\left(\frac{aZ+\bar b}{bZ+\bar a},\ \zeta\frac{bZ+\bar a}{\bar b\bar Z+a}\right) \tag{15}$$

$\Phi(Z,\zeta)$ n'est pas seulement assujettie à être de carré sommable pour la mesure (13) ; elle doit encore vérifier les conditions (10_2), qui s'écrivent maintenant :

$$\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\bar\zeta}\frac{\Phi(Z,\zeta)}{(1-|\zeta|^2)^{s_2/2}}=0\\&\frac{\partial\Phi}{\partial\bar Z}-\frac{1+\zeta Z}{1-\zeta\bar\zeta}\frac{\partial\Phi}{\partial\zeta}+\frac{s_1-s_2}{2}\frac{Z}{1-Z\bar Z}\Phi-\frac{s_2}{2}\frac{\bar\zeta}{1-\zeta\bar\zeta}\frac{1+\zeta Z}{1-Z\bar Z}\Phi=0.\end{aligned}\right. \tag{16}$$

En introduisant $\Psi(Z,\zeta)$ par :

$$\Phi(Z,\zeta)=(1-Z\bar Z)^{\frac{s_1-s_2}{2}}(1-\zeta\bar\zeta)^{\frac{s_2}{2}}\Psi(Z,\zeta) \tag{17}$$

ces conditions se simplifient et donnent :

$$\frac{\partial}{\partial\bar\zeta}\Psi(Z,\zeta)=0\qquad\frac{\partial\Psi}{\partial\bar Z}-\frac{1+\zeta Z}{1-Z\bar Z}\frac{\partial\Psi}{\partial\zeta}=0 \tag{18}$$

la loi de transformation (15) devenant :

$$\Psi(Z,\zeta)\to(bZ+\bar a)^{s_2-s_1}\Psi\left(\frac{aZ+\bar b}{bZ+\bar a},\ \zeta\frac{bZ+\bar a}{\bar b\bar Z+a}\right). \tag{19}$$

Quant à la norme de $\Psi(Z,\zeta)$, elle est donnée par :

$$\|\Psi\|^2=\int_{|Z|\leqslant 1,\ |\zeta|\leqslant 1}|\Psi(Z,\zeta)|^2(1-Z\bar Z)^{s_1-s_2-2}(1-\zeta\bar\zeta)^{s_2-2}d\zeta d\bar\zeta dZ d\bar Z \tag{20}$$

en tenant compte de la définition (17) et de (13).

§ 5. — RÉDUCTION

D'après (18), $\Psi(Z, \zeta)$ a pour forme :

$$\Psi(Z, \zeta) = f\left(Z, \frac{\zeta + \overline{Z}}{1 + \zeta Z}\right) \tag{21}$$

où f est une fonction de deux variables.

De plus, les ζ^n formant un système orthogonal complet pour la mesure $(1 - |\zeta|^2)^{s_2-2}d\zeta$, nous pouvons écrire :

$$\Psi(Z, \zeta) = \sum_n \Psi_n(Z)\zeta^n$$

d'où :

$$\|\Psi\|^2 = \sum_n \frac{n\,!\,(s_2 - 2)\,!}{(s_2 + n - 1)\,!} \int_{|Z| \leqslant 1} |\Psi_n(Z)|^2(1 - |Z|^2)^{s_1-s_2-2}dZ.$$

Comme :

$$\Psi_0(Z) = f(Z, \overline{Z})$$

la fonction f est telle que :

$$\int_{|Z| \leqslant 1} |f(Z, \overline{Z})|^2(1 - |Z|^2)^{s_1-s_2-2}dZ \leqslant \|\Psi\|^2. \tag{22}$$

Soient $\mathcal{H}$ l'espace de Hilbert où agit le produit tensoriel et $\mathcal{K}$ l'espace de Hilbert des $f(Z, \overline{Z})$ tels que le premier membre de (22) soit fini. Désignons par A l'opérateur qui à $\Psi(Z, \zeta) \in \mathcal{H}$ fait correspondre $\Psi(Z, 0) \in \mathcal{K}$:

$$A\Psi(Z, \zeta) = \Psi(Z, 0).$$

D'après (22), A est borné. D'après (21) sa biunivocité est évidente. Donc. selon le théorème de Banach, A^{-1} est un opérateur borné de $\mathcal{K}$ dans $\mathcal{H}$, Enfin, pour $A\Psi = f$, (19) s'écrit :

$$f(Z, \overline{Z}) \to (bZ + \overline{a})^{s_2-s_1} f\left(\frac{aZ + \overline{b}}{bZ + \overline{a}}, \frac{\overline{a}\overline{Z} + b}{\overline{b}\overline{Z} + a}\right). \tag{23}$$

Etant donné la définition de la norme dans $\mathcal{K}$, nous voyons, en nous reportant au paragraphe 1, que (23) n'est rien d'autre que la représentation de G induite par la représentation $e^{i\varphi(s_1-s_2)}$ du sous-groupe compact maximal, et nous venons d'établir l'équivalence de $D_{s_1}^+ \otimes D_{s_2}^-$ avec cette représentation.

La décomposition de cette dernière en composantes irréductibles n'offre pas de difficultés. Les résultats sont les suivants :

1° $s_1 - s_2$, pair.

On obtient la somme directe des D_s^+, où s est pair et inférieur ou égal à $s_1 - s_2$, à quoi s'ajoute une intégrale hilbertienne des représentations $(\rho, 0)$ de la série principale.

2° $s_1 - s_2$, impair.

On obtient la somme directe des D_s^+ où s est impair et inférieur ou égal à $s_1 - s_2$ à quoi s'ajoute une intégrale hilbertienne des représentations $(\rho, 1)$ de la série principale [4].

Indiquons, maintenant, quelles modifications doivent être apportées à ce qui précède lorsque $s_1 - s_2 < 0$. Tout d'abord, nous repérerons les doubles classes par les points $(x, 0)$, $x > 0$, et, donc, nous devrons interchanger z_1 et z_2 dans (12). Nous introduirons alors $\Phi(Z, \zeta)$ et $\Psi(Z, \zeta)$ par :

$$\Phi(Z, \zeta) = \left(\frac{1 + \zeta Z}{|1 + \zeta Z|}\right)^{-s_1} \varphi(z_1, z_2)$$

$$\Phi(Z, \zeta) = (1 - Z\bar{Z})^{\frac{s_2 - s_1}{2}} (1 - \zeta\bar{\zeta})^{\frac{s_1}{2}} \Psi(Z, \zeta).$$

En conséquence le produit vectoriel sera réalisé dans l'espace de Hilbert des $\Psi(Z, \zeta)$ telles que :

$$\int_{|Z| \leq 1,\ |\zeta| \leq 1} |\Psi(Z, \zeta)|^2 (1 - Z\bar{Z})^{s_2 - s_1 - 2} (1 - \bar{\zeta}\zeta)^{s_1 - 2} dZ d\zeta < \infty$$

vérifiant les conditions :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\zeta}} = 0 \qquad \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{Z}} - \frac{1 + \zeta Z}{1 - Z\bar{Z}} \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} = 0.$$

Quant à la loi de transformation, elle s'écrit :

$$\Psi(Z, \zeta) \rightarrow (\bar{b}Z + a)^{s_1 - s_2} \Psi\left(\frac{\bar{a}Z + b}{\bar{b}Z + a}, \zeta \frac{\bar{b}Z + a}{b\bar{Z} + \bar{a}}\right).$$

---

[4] Nous désignons par (ρ, ε) avec ρ réel positif et $\varepsilon = 0, 1$, la représentation de SL(2, R) définie par :

$$f(x) \rightarrow |\beta x + \delta|^{i\rho - 1} \operatorname{sgn}^{\varepsilon} (\beta x + \delta) f\left(\frac{\alpha x + \gamma}{\beta x + \delta}\right)$$

où

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} \in SL(2, R) \quad \text{et où} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx < \infty. \qquad \text{(Cf. [2])}$$

A partir de là, le raisonnement ci-dessus s'applique textuellement et conduit à la même conclusion *mutatis mutandis* : il convient seulement de remplacer les D_s^+ de la décomposition précédente par des D_s^-.

Remarque : L'hypothèse $s_1 \geqslant 2$, $s_2 \geqslant 2$ est essentielle pour la marche du raisonnement, car c'est elle qui donne un sens au changement de variables (12). Il est facile de voir, en recourant au passage à la limite de Bargman [*1*], que nos résultats sont encore vrais lorsque s_1 ou s_2 deviennent égaux à 1, les doubles classes omises étant encore de mesure nulle. Par contre, le cas $s_1 = s_2 = 1$ nous échappe complètement puisque alors les doubles classes omises sont précisément celles qui portent la totalité de la mesure. Ce cas nécessite donc un examen particulier.

§ 6. — LE CAS $s_1 = s_2 = 1$

On peut réaliser les représentations $D_1^{\pm}$ dans l'espace de Hilbert des fonctions $f(\varphi)$ de la forme :

$$f(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{in\varphi}$$

et de module carré sommable pour la mesure $d\varphi$. La loi de transformation est, pour D_1^+ :

$$f(\varphi) \to (be^{i\varphi} + \bar{a})^{-1} f\left(\operatorname{Arg} \frac{ae^{i\varphi} + \bar{b}}{be^{i\varphi} + \bar{a}}\right)$$

et pour D_1^- :

$$f(\varphi) \to (\bar{b}e^{i\varphi} + a)^{-1} f\left(\operatorname{Arg} \frac{\bar{a}e^{i\varphi} + b}{\bar{b}e^{i\varphi} + a}\right).$$

Le produit tensoriel $D_1^+ \otimes D_1^-$ se réalisera donc dans un espace de fonctions $f(\varphi_1, \varphi_2)$ ayant pour forme

$$f(\varphi_1, \varphi_2) = \sum_{n,m \geqslant 0}^{\infty} a_{nm} e^{in\varphi_1 + im\varphi_2}$$

et de module carré sommable pour la mesure $d\varphi_1 d\varphi_2$.

Par ailleurs la représentation induite à G par la représentation triviable de son sous-groupe maximal peut se réaliser dans un espace de fonctions $f(z)$ de carré sommable pour la mesure $(1 - |z|^2)^{-2}\,dz$, la loi de transformation s'écrivant (cf. § 1) :

$$f(z) \to f\left(\frac{az+\bar{b}}{bz+\bar{a}}\right) \tag{24}$$

soit $\mathcal{K}$, cet espace et soit $\mathcal{H}$ l'espace où agit le produit tensoriel. Définissons un opérateur A de $\mathcal{H}$ sur $\mathcal{K}$ par :

$$\mathrm{A}e^{in\varphi_1+im\varphi_2} = (1 - |z|^2)z^n\bar{z}^m.$$

En remarquant que A est borné par 1, d'une part, que, d'autre part

$$(1 - |z|^2)z^n\bar{z}^m$$

est un ensemble totalisateur dans $\mathcal{K}$ et qu'enfin A est un opérateur d'entrelacement de $\mathrm{D}_1^+ \otimes \mathrm{D}_1^-$ avec la représentation (24), nous constatons que nous sommes ramenés à la situation du paragraphe 5, dont les conclusions restent donc valables.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BARGMAN, *Annals of Math.*, t. 48, 1947, p. 568.
[2] GUELFAND et VILENKIN, *Les Distributions.* Tome V (en russe).
[3] BIEDENHARN, NUYTS et STRAUMANN, C. E. R. N. preprint.
[4] RONINE, *Izv. Akad. Naouk. Ser. Mat.* 28, 855, 1964.

(Manuscrit reçu le 22 octobre 1965).