

# ANNALES DE L'I. H. P., SECTION A

JACQUES BROS

## Préface

*Annales de l'I. H. P., section A*, tome 63, n° 4 (1995), p. 321-328

[http://www.numdam.org/item?id=AIHPA\\_1995\\_\\_63\\_4\\_321\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1995__63_4_321_0)

© Gauthier-Villars, 1995, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P., section A » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## Préface

L'organisation à Paris en 1994 d'une conférence internationale consacrée à la théorie générale des champs et des particules et la publication d'une partie importante de cette conférence (environ la moitié des contributions) dans deux numéros spéciaux des *Annales de l'Institut Henri Poincaré* sont deux évènements qui, pour le lecteur physicien ou mathématicien, méritent commentaire.

Qu'est-ce que la théorie générale des champs et des particules, sinon l'héritière d'une grande tradition de physique mathématique, visant à approfondir notre compréhension des interactions fondamentales de l'univers dans un cadre théorique unifié, intégrant les grands principes de la physique quantique, de la relativité restreinte et éventuellement ceux de la relativité générale? Des célèbres livres de R. F. Streater et A. S. Wightman "PCT, Spin and Statistics and all that" (1964) et de R. Jost "The General Theory of Quantized Fields" (1965) à ceux, tout récents, de R. Haag "Local Quantum Physics" (1992) et de D. Iagolnitzer "Scattering in Quantum Field Theories" (1993) en passant par les ouvrages successifs de N. N. Bogolioubov *et al.*, la théorie axiomatique des champs et ses différents aspects analytiques et algébriques n'ont cessé de se développer avec fécondité dans divers pays du monde, notamment en Allemagne et en Italie, devenant par contre relativement marginaux en France après les années soixante et soixante-dix.

L'absence dans le système universitaire parisien de l'une des branches les plus représentatives de la physique mathématique méritait donc ce double geste symbolique: organiser cette conférence à la Sorbonne, lieu où Poincaré fut titulaire, il y a près d'un siècle, d'une éphémère chaire de "physique mathématique", et publier ses comptes rendus dans les *Annales* dédiées au même Poincaré. Nous ne pouvons que nous réjouir du succès de cette conférence qui a rassemblé une centaine de participants venus du monde entier, même si parmi eux on compte tout au plus cinq français.

A une époque où la notion de champ quantifié n'est souvent considérée que comme un outil formel ingénieux applicable à différentes branches de la physique statistique, il nous paraît indispensable de resituer la théorie quantique des champs avec sa richesse conceptuelle et ses ambitions

premières concernant la description mathématique de la réalité physique au niveau des constituants ultimes de la matière. C'est en effet avec la quantification du champ électromagnétique, puis des champs de matière que se développèrent dès les années cinquante les premières tentatives de grande ampleur pour inclure dans un cadre théorique général les phénomènes quantiques relativistes à des énergies impliquant des processus de création et d'annihilation de particules. L'importance de ce cadre théorique, d'abord perçue au travers du succès spectaculaire des calculs de perturbation en électrodynamique quantique, plus vingt ans plus tard avec l'avènement de la chromodynamique quantique, n'a en fait cessé de s'affirmer au cours des années grâce à des travaux de fond permettant de substituer des notions et des propriétés mathématiques précises à ce qui aurait pu rester un formalisme impressionnant, mais heuristique.

C'est ainsi que naquit vers 1960 la théorie axiomatique des champs de Wightman, théorie qui permet de fournir un cadre conceptuel mathématiquement bien défini à la physique des particules, et cela grâce aux travaux fondamentaux antérieurs de Lehmann, Symanzik et Zimmermann. La découverte des propriétés d'analyticité à plusieurs variables complexes des fonctions à  $N$  points des champs impliquées par ce cadre axiomatique a permis d'établir un ensemble de résultats rigoureux en physique des particules (théorèmes PCT et spin-statistique, structure analytique des amplitudes de collision, relations de dispersion et croisement, bornes de Froissart, singularités de Landau et prolongements dans les "feuilles non-physiques", introduction des moments angulaires complexes etc.) Par ailleurs, c'est grâce à ces propriétés d'analyticité qu'il devint possible de poser les fondements d'une approche "euclidienne" de la théorie des champs (c'est-à-dire à temps et énergies imaginaires), approche qui devait s'avérer fructueuse pour la construction de modèles de champs satisfaisant à des axiomes euclidiens : au moyen de cette approche, la "théorie constructive des champs" fournissait une classe de modèles non-triviaux à deux et à trois dimensions d'espace-temps vérifiant (indirectement) les axiomes de Wightman.

Parallèlement à ces développements s'élaborait la théorie des algèbres d'observables locales de Araki, Haag et Kastler, laquelle fournissait une synthèse de la théorie quantique, selon le formalisme général de Von Neumann, avec le principe de localité. Tout en entretenant des liens étroits avec la théorie des champs de Wightman, ce second cadre théorique aux ambitions conceptuelles plus vastes permettait d'obtenir dans les trois dernières décennies une compréhension en profondeur de certains aspects fondamentaux de la physique quantique relativiste, tels que notamment le

phénomène des secteurs de charge et des symétries de jauge globale. La terminologie de “théorie algébrique des champs” (utilisée jusqu’à celle plus récente, introduite par R. Haag, de “physique quantique locale”) se justifie par un progrès conceptuel important réalisé dans ce cadre théorique, à savoir d’avoir mis en lumière la distinction de base qui existe entre la notion d’algèbre d’observables ou de champs, contenant toute la dynamique d’un système, et celle des diverses *représentations* de cette algèbre correspondant à différents états physiques possibles du système ; cette distinction a considérablement élargi le point de vue initial de la théorie axiomatique des champs, correspondant à la “représentation du vide”. C’est ce nouveau point de vue qui a prévalu dans l’analyse des secteurs de charge due à Doplicher, Haag et Roberts, et qui permet également maintenant d’introduire la notion de représentation thermique et d’état KMS d’une théorie des champs spécifiée par son algèbre de relations de commutation. Un tel mode de pensée est également primordial pour aborder les problèmes nouveaux posés par les théories de champs sur espace-temps courbe.

Parmi les résultats mathématiques ayant récemment fécondé l’approche algébrique de la théorie des champs, une place de choix revient à la théorie des opérateurs modulaires de Tomita et Takesaki, laquelle se combine de façon subtile à d’autres aspects mathématiques plus traditionnels de la théorie générale des champs, tels que l’analyse complexe à plusieurs variables. C’est une revue de grande ampleur de ces développements que nous propose le premier article de ce numéro, écrit par Hans Jürgen Borchers (médaille Planck 1994). On trouvera ensuite dans l’article de Daniele Guido une application des mêmes méthodes à la relation entre la notion de covariance modulaire et les théorèmes PCT et spin-statistique.

Un article de Othmar Steinmann nous informe sur ses travaux donnant une approche axiomatique nouvelle de la théorie des perturbations, approche dont la généralité s’étend au cas des états thermiques et révèle des aspects importants de l’électrodynamique quantique.

L’application des méthodes de fonctions analytiques à la théorie des champs dans l’espace-temps courbe de de Sitter, contribution fournie par Ugo Moschella, nous donne un parallèle très poussé avec la théorie des champs minkowskienne où les propriétés thermiques induites par la courbure temporelle remplacent la condition spectrale.

Enfin, la généralité de l’approche algébrique a permis d’obtenir des résultats unificateurs importants dans le domaine, par ailleurs très en vogue, des théories de champs conformes. C’est à un exposé de beaux problèmes arithmétiques liés à ces théories que nous convie Ivan Todorov dans le dernier article de ce numéro, article qu’il dédie à la mémoire de notre

regretté collègue *Claude Itzykson*, Directeur de Recherche dans le *Service de Physique Théorique de Saclay* et membre du Comité d'Édition des *Annales de l'Institut Henri Poincaré*.

Le deuxième numéro de ces comptes rendus comprendra notamment des articles de D. Buchholz, S. Doplicher, K. Fredenhagen et M. R. Gaberdiel, R. Haag, G. Morchio, H. P. Stapp, S. J. Summers et J. Yngvason. Par ailleurs, on trouvera au début de chaque numéro la liste complète des exposés présentés sur invitation à la conférence ; nous regrettons de ne pas avoir eu la possibilité (pour des raisons éditoriales et en tenant compte des résultats déjà publiés par certains auteurs) d'inclure dans ces pages les comptes rendus de tous ces exposés. Mentionnons enfin que la liste des courtes communications à la conférence est également fournie en fin de numéro.

#### REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier les Professeurs H. J. Borchers, R. Haag, F. Strocchi, A. S. Wightman et en particulier D. Buchholz qui ont bien voulu m'assister dans l'élaboration du programme scientifique de cette rencontre, ainsi que l'ensemble des conférenciers invités qui ont collaboré à sa réussite par la qualité de leurs exposés.

Je remercie également toutes les institutions qui nous ont accordé leur soutien et sans lesquelles cette conférence n'aurait pas été possible : le C.E.A. (Commissariat à l'Énergie Atomique : Service de Physique Théorique de Saclay et Direction des Applications Militaires), la D.R.E.T. (Direction des Recherches, Études et Techniques), le Ministère des Affaires Étrangères ainsi que l'I.C.M.P. Paris (XI<sup>e</sup> Congrès International de Physique Mathématique).

Enfin, j'exprime toute ma reconnaissance à Françoise pour son soutien moral et pour la bonne réussite matérielle de la conférence à la Sorbonne.

Jacques Bros

## Preface

*Organizing an international conference devoted to the general theory of fields and particles in 1994 in Paris and publishing the proceedings of a substantial part of it (more than half of the contributions) in two special issues of the Annales de l'Institut Henri Poincaré are two events which deserve special comments addressed to the professional physicist and/or mathematical reader.*

*What is the general theory of fields and particles if not the heritage of that great tradition of mathematical physics which aims to deepen our understanding of the fundamental interactions of the universe in a unified theoretical framework provided by the basic principles of quantum physics, of special relativity, and hopefully of general relativity? From the celebrated books by R. F. Streater and A. S. Wightman "PCT, Spin and Statistics and all that" (1964) and by R. Jost "The General Theory of Quantized Fields" (1965) to the more recent ones by R. Haag "Local Quantum Physics" (1992) and by D. Iagolnitzer "Scattering in Quantum Field Theories" (1993) as well as the successive treatises by N. N. Bogolubov et al., axiomatic field theory in its various analytic and algebraic aspects has steadily and fruitfully been developed throughout the world, particularly in Germany and Italy; unfortunately, the french participation in this program has become somewhat marginal during the last two decades.*

*The absence of one of the most representative branches of mathematical physics in the parisian universities up today has motivated organizing this conference in "la Sorbonne", as a symbolic place where Poincaré was the holder of a no longer existent chair of "mathematical physics" about one century ago, and publishing the proceedings in the Annales dedicated to Poincaré himself. We can be satisfied with the success of this conference which has brought together more than hundred participants from countries all over the world, despite of the fact that french participation was limited to five members.*

*Since nowadays the notion of quantum field is often considered only as an ingenious formal tool to be used in various problems of statistical physics, it seems important to us to recall the primary conceptual ambition of quantum field theory which was concerned with the mathematical*

*description of the physical phenomena at the scale of the ultimate constituents of matter. In fact, with the quantization of the electromagnetic field followed by that of the matter fields in the early fifties, there emerged the first comprehensive attempts to include the relativistic quantum phenomena involving particle creation and annihilation processes in a general theoretical framework. The importance of this framework, which was recognized at first through the spectacular success of the perturbative computations in quantum electrodynamics, and twenty years later through the advent of quantum chromodynamics, has steadily increased over the years due to the fundamental efforts which have already largely substituted precise mathematical notions and properties for what would have remained a clever, but heuristic formalism.*

*Around 1960, there arose the Wightman axiomatic field theory which was able to provide a mathematically well-defined conceptual framework for particle physics, by incorporating previous results due to Lehmann, Symanzik and Zimmermann. The discovery of the analyticity properties in several complex variables of the  $N$ -point functions of the fields implied by this axiomatic framework made possible the derivation of a set of rigorous results in particle physics (PCT and spin-statistics theorems, analytic structure of the collision amplitudes, dispersion relations and crossing, Froissart bounds, Landau singularities and analytic continuation to “unphysical sheets”, introduction of complex angular momentum etc.). Moreover, these analyticity properties have prepared the ground for the “euclidean” approach (at imaginary times and energies) to quantum field theory, which has turned out to play a crucial role in the construction of models of fields fulfilling a corresponding set of euclidean axioms: by using this approach, “constructive field theory” was able to rigorously introduce a class of non-trivial models in two and three dimensions of space-time, for which the Wightman axioms were satisfied by implication.*

*In parallel with these developments, the theory of algebras of local observables was elaborated; founded by Araki, Haag and Kastler, it provided a synthesis of quantum theory in the general formulation of Von Neumann together with the principle of locality. While keeping close links with the Wightman frame work, this alternative approach has opened a wider perspective during the last three decades and resulted in particular in a deeper understanding of such basic aspects of relativistic quantum physics as the charge sectors and the global gauge symmetries. As a matter of fact, the terminology “algebraic field theory” (originally used until the more recent one of “local quantum physics”, introduced by R. Haag) is justified by the following conceptual progress inherent in this framework; there holds*

*a basic distinction between the notion of observable algebra (or of field algebra), carrying the whole dynamics of a given system, and that of the various representations of this algebra corresponding to the multiplicity of possible physical states of the system; this distinction has considerably widened the initial viewpoint of axiomatic field theory which was formulated in terms of the "vacuum representation". It is this wider viewpoint which has prevailed in the basic analysis of charge sectors by Doplicher, Haag and Roberts, and which also allows one to introduce the notions of a thermal representation and of KMS-states of a relativistic field theory specified by its algebra. Such a way of thinking is also of primary importance for treating the new problems which emerge when dealing with field theories on a curved space-time background.*

*Among the mathematical results which have recently enriched the algebraic approach, a major role has been played by the Tomita-Takesaki theory of modular operators, which can be combined with other mathematical aspects of general field theory, such as analysis in several complex variables. We are presented with a wide-ranging survey of these developments in the first article of the present volume which has been written by Hans Jürgen Borchers (Planck medal 1994). An application of the same methods to the relationship between the notion of modular covariance and the PCT and spin-statistics theorems will then be found in the subsequent article by Daniele Guido.*

*The next contribution is an article by Othmar Steinmann which gives an account of his work on a new axiomatic approach of perturbation theory; the generality of this approach extends to the case of thermal states and also reveals important aspects of quantum electrodynamics.*

*A recent application of the methods of analytic functions to quantum field theory in de Sitter space-time is next presented by Ugo Moschella; it provides us with a close parallel with the Minkowskian theory, according to which the thermal properties induced by the temporal curvature of de Sitter space-time replace the standard spectral condition.*

*Thanks to the power of its general concepts, the algebraic approach has provided comprehensive results in the (widely explored) domain of conformal field theories. In the last article of this volume, written by Ivan Todorov, we are invited to a presentation of beautiful arithmetic problems connected with these theories; this work has been dedicated by the author to the memory of our late colleague Claude Itzykson who was Director of Research in the Service de Physique Théorique de Saclay and a member of the Editorial Board of the Annales de l'Institut Henri Poincaré.*



*The second volume of these proceedings will contain articles by D. Buchholz, S. Doplicher, K. Fredenhagen and M. R. Gaberdiel, R. Haag, G. Morchio, H. P. Stapp, S. J. Summers and J. Yngvason. A complete list of the invited talks presented at the conference will be found at the beginning of each volume; we regret that (due to editorial constraints and the fact that several of the results have already been published by some of the authors) it has not been possible to include all of the corresponding contributions in these pages. Let us finally mention that a list of short communications at the conference is also given at the end of each volume.*

#### ACKNOWLEDGMENTS

*It is a pleasure for me to thank here Professors H. J. Borchers, R. Haag, F. Strocchi, A. S. Wightman and in particular D. Buchholz who kindly accepted to help me in the elaboration of the scientific program of this conference; I also wish to thank all the invited lecturers for having made this meeting successful by the quality of their contributions.*

*I am also very grateful to all the institutions without whose support this conference would not have been possible: the C.E.A. (Atomic Energy Commission: "Service de Physique Théorique de Saclay" and the Direction of Military Applications), the D.R.E.T. (Direction of Researches, Studies and Techniques), the Ministry of Foreign Affairs and the I.C.M.P. Paris (XIth International Congress of Mathematical Physics).*

*Finally, I express all my gratitude to Françoise for her moral support and for her efficient help in handling this conference in la Sorbonne.*

Jacques Bros