ANNALES DE L'I. H. P., SECTION B

ALBERT TORTRAT

Lois indéfiniment divisibles et théorèmes de Ito-Nisio et Yuriskii

Annales de l'I. H. P., section B, tome 15, nº 1 (1979), p. 85-92

<http://www.numdam.org/item?id=AIHPB_1979__15_1_85_0>

Ann. Inst. Henri Poincaré, Section B :
Vol. XV, n° 1, 1979, p. 85-92. *Calcul des Probabilités et Statistique.*

Lois indéfiniment divisibles et théorèmes de Ito-Nisio et Yuriskii

par

Albert TORTRAT
Laboratoire de Probabilités associé au C. N. R. S., n° 224,
Université Pierre-et-Marie-Curie

SUMMARY. — In § 1 are given an extension of a Ito-Nisio's theorem with applications to infinitely divisible laws (of Poisson type), and in § 2 a proof of the $\int e^{\alpha\|x\|}d\mu < \infty$ theorem, of Yuriskii, as an extension of an idea of Skohorod.

1. LE THÉORÈME DE ITO-NISIO ÉLARGI ET SES APPLICATIONS

THÉORÈME 1. — Soit $(\mathscr{X}, \mathscr{T})$ un espace vectoriel topologique (ou un groupe topologique abélien), métrisable, dont le dual sépare les points, et $\mu_n = \nu_1 \ldots \nu_n$ une suite de convolutions de lois τ-régulières ν_n (*) qui converge cylindriquement (**) vers une loi μ τ-régulière (et qu'aucune translation ne laisse invariante, s'il s'agit d'un groupe $\mathscr{X}$). Alors la convergence $\mu_n \to \mu$ a lieu (: $\mu_n f \to \mu f$ pour toute fonction f continue bornée).

Preuve. — 1. Nous la donnons pour le cas de $\mathscr{X}$ vectoriel, elle est identique s'il s'agit d'un groupe topologique abélien, les y du dual $\mathscr{Y}$ étant alors les

(*) Symétriques : il est clair que la partie 4 de la preuve nécessite cette hypothèse (alors $- Z_n - b_n$ converge p. s. donc $b_n \to b$ pas seulement au sens faible). Pour un contre-exemple prendre $\nu_n = \delta(x_n)$.

(**) Les projections finidimensionnelles correspondantes convergent (au sens de la convergence dite « étroite »), cela se réduit à la convergence $\widehat{\mu_n} \to \widehat{\mu}$ des transformées de Fourier. $\mathscr{T}$ spécifie la topologie.

« caractères ». Le fait qu'ils séparent les points entraîne, sans changement, la validité du critère de Prohorov pour qu'une probabilité « cylindrique » se prolonge en une loi de Radon.

Il suffit, d'autre part, de se placer dans $\mathscr{X}$ séparable (car dire les ν_n donc les μ_n τ-régulières équivaut à dire qu'on peut réduire $\mathscr{X}$ à un sous-espace séparable — fermé — qui les porte), et *complet*. En effet, il suffit de prouver que $\mu_n f \to \mu f$ pour des f uniformément continues (l'espace étant métrisable, remarque bien connue due, par exemple, à Billingsley), donc la convergence des lois (de Radon) induites dans le complété de $\mathscr{X}$ suffit (lorsqu'on sait que ces dernières lois ont une trace « pleine » sur $\mathscr{X}$).

2. Les mesures $\rho_n = \nu_{n+1} \ldots \nu_{n+l} \ldots$ sont définies comme probabilités cylindriques. Un lemme élémentaire (cf. [5], p. 303) prouve que ν_n et μ étant de Radon, ρ_n satisfait au critère de Prohorov donc est aussi (se prolonge telle à la tribu borélienne) de Radon : désignant par μ_{I} et ν_{I}, ρ_{I} les projections de μ et ν_n, ρ_n (: l'image) suivant $x \to \prod_{i \in \mathrm{I}} y_i(x)$, pour I partie finie du dual y (on peut supposer les y_i indépendantes, peu importe), et K_{I} celle du compact K tel que $\mu\mathrm{K}$ et $\nu_n\mathrm{K}$ soient $\geq 1 - \varepsilon$, on a

$$1 - \varepsilon \leq \int_{\mathrm{K}_{\mathrm{I}}} \nu_{\mathrm{I}}(dx)\rho_{\mathrm{I}}(\mathrm{K}_{\mathrm{I}} - x) + \varepsilon \leq \rho_{\mathrm{I}}(\mathrm{K}_{\mathrm{I}} - \mathrm{K}_{\mathrm{I}}) + \varepsilon \Rightarrow \rho_{\mathrm{I}}(\mathrm{K}_{\mathrm{I}} - \mathrm{K}_{\mathrm{I}}) \geq 1 - 2\varepsilon.$$

Ainsi on a $\mu = \mu_n \rho_n$ entre lois de Radon, pour tout n.

3. Associons aux ν_n des v. a. indépendantes X_n et les lois symétrisées $\dot{\nu}_n$, $\dot{\mu}_n$ des v. a. $\dot{\mathrm{X}}_n = \mathrm{X}_n - \mathrm{X}'_n$, $\dot{\mathrm{Z}}_n = \mathrm{Z}_n - \mathrm{Z}'_n$ (avec $\mathrm{Z}_n = \sum_1^n \mathrm{X}_n$, $\{ \mathrm{X}_n \}$ réplique indépendante de $\{ \mathrm{X}_n \}$).

Il est bien connu (cf. [2]) que si $\mu\mathrm{K}_i \geq 1 - \varepsilon_i$, et $\Sigma\varepsilon_i/\varepsilon'_i < 1$, des translatés convenables de ρ_n et μ_n donnent aux K_i des mesures $\geq 1 - \varepsilon'_i$, donc que $\dot{\rho}_n$ et $\dot{\mu}_n(\mathrm{K}_i - \mathrm{K}_i)$ sont $\geq 1 - 2\varepsilon'_i$. Pareillement la famille $\{ \dot{\nu}_{m+1} \ldots \dot{\nu}_n \}$ est également « tendue », avec pour seul point limite lorsque m et $n \to \infty$, $\lambda = \delta(0)$, car il en est ainsi pour chaque projection $x \to y(x)$ (s'il s'agit de projections sur la circonférence unité du plan complexe, l'hypothèse de l'énoncé, pour le cas d'un groupe intervient).

Alors $\Sigma\dot{\mathrm{X}}_n$ convergence en probabilité (car $\mathscr{X}$ est métrisable et complet), donc p. s. (cf. *Ann. I. H. P.*, I, 1965, p. 231) en fait la v. a. limite est dans $\mathscr{X}$ avec μ même si $\mathscr{X}$ n'est pas complet).

4. Le théorème de Fubini assure alors qu'il existe une suite de $b_n \in \mathscr{X}$ tels que

$$Z_n - b_n \xrightarrow{\text{p. s.}} Z' \text{ de loi } \mu'.$$

Mais le lemme ci-dessus montre que μ' est une translatée de μ, car il en est ainsi en projection $((b_n, y) \to b_y$, donc $b_n \xrightarrow{\sigma} b$ support de la loi de Radon de projections concentrées en les b_y). On a donc : μ'_b loi de $Z' + b$, égale μ et $\mu_n \to \mu$. ■

Dans ce qui suit, μ désigne une loi indéfiniment divisible (: $\mu \in \mathfrak{J}$) et sans composante gaussienne (μ τ-régulière, définie sur la tribu borélienne $\mathscr{B}$ de l'espace vectoriel $(X, \mathscr{T})$, $\in \mathfrak{J}$ si $\mu^{1/n}$ existe telle pour chaque entier n). A μ est associée une mesure cylindrique F sur l'algèbre cylindrique épointée $\dot{\mathscr{A}} = \cup \dot{\mathscr{B}}_I$. Aussi bien, pour tout voisinage ouvert faible V de 0 dans X, est définie sur l'algèbre cylindrique $\mathscr{A} = \cup \mathscr{B}_I$, une mesure cylindrique F_V, donc la mesure au *sens simplement additif* $F = \sup F_V$ est définie, puisque cette famille de F_V est filtrante croissante, par $FA = \sup F_V A$. Dans le cas où μ est de Radon (par exemple pour $\mathscr{T} = \sigma$ topologie faible), on sait que F est de Radon (dans $\mathscr{X} - 0$, cf. [*6*]). F s'appelle la mesure de Lévy (elle définit μ à une translation près) et est caractérisée (dans ce cas μ de Radon) par : les restrictions F_U de F aux complémentaires des $\mathscr{T}$-voisinages U de 0 sont bornées, et la famille $e(\tilde{F}_U)$, avec $\tilde{F}_U(dx) = F_U(dx) + F_U(-dx)$, est tendue ($e(G)$ désigne la loi obtenue en normant $\sum_0^\infty G^n/n\,!$). Si μ n'est pas de Radon, la première de ces deux propriétés subsiste, si on suppose que F se prolonge en une mesure borélienne (passer par le complété de $\mathscr{X}$). Dans le cas d'un espace de Banach seulement, on connaît deux systèmes de translations, $\{ a_U \}$, dus à Yuriskii pour $U_\eta = \{ x : | x | \leq \eta \}$, qui assurent que

$$e(F_{U_\eta}) * \delta(a_{U_\eta})$$

converge lorsque $\eta \to 0$.

Ce sont les

(1) $$a_{\eta a} = - \int_{\eta < |x| \leq \alpha} x dF$$

et

(2) $$b_\eta = - \int_{|x| > \eta} (x/[1 + | x |^2)] dF.$$

Le théorème ci-dessus nous permettra de préciser des propriétés des lois $\tilde{e}(F')$ définies, pour toute mesure $F' \leq F$ par l'une de ces représentations.

THÉORÈME 2. — Soit μ une loi indéfiniment divisible dans $\mathscr{X}$, espace de Banach séparable, sans composante gaussienne. Nous adoptons la définition exacte de μ, en fonction de sa mesure de Lévy F, par les translations $a_{\eta 1}$ (cf. (1)) et pour toute mesure bornée G notons $\mu_G = \tilde{e}(G)$ la loi définie par

$$\text{(3)} \qquad \operatorname{Log} \widehat{\mu}_G(y) = \int [e^{iy(x)} - 1 - iy(x)1_{|x| \leq 1}]dG.$$

Alors (F_η correspond à $U_\eta = \{ \mid x \mid \leq \eta \}$).

i) La famille $\tilde{e}(F_\eta)$, $\eta \leq 1$, est tendue et converge vers μ lorsque $\eta \to 0$.

ii) Pour toute mesure $F' \leq F$ (bornée ou non), (1) définit une loi $\tilde{e}(F')$ et $\tilde{e}(F_n) \to \tilde{e}(F')$ pour toute suite $F_n \uparrow F'$, ou $F_n \downarrow F'$.

iii) Il en est de même pour toute famille filtrante F_α, croissante, ou décroissante, de limite F'.

Preuve. — *i*) La preuve de Yuriskii assure la convergence vers μ de toute suite $\tilde{e}(F_{\eta_n})$, avec $\eta_n \downarrow 0$, donc celle de $\tilde{e}(F_\eta)$ pour $\eta \to 0$ (car l'ensemble des lois τ-régulières dans un espace métrique est métrisable pour la convergence des lois). Cette famille est aussi tendue (portée à ε près par une même famille de compacts), car elle est relativement compacte : de toute partie infinie de $\{ 0 < \eta \leq 1 \}$ on extrait une suite $\eta_n \uparrow$ ou $\downarrow$, vers $\eta \in [0,1]$, clairement convergente vers une loi de Radon. Suivant Topsøe cela nécessite que la famille soit tendue.

ii) Toute mesure $F' \leq F$ est une mesure de Lévy : les $e(F'_U)$ sont facteurs des $e(F_U)$, donc la famille $e(\dot{F}'_U)$ est tendue elle aussi. D'où la définition de $\mu_{F'} = \mu'$ par F' dans (3).

Soit d'abord $F_n \uparrow F'$ et $\mu_n = \tilde{e}(F_n)$. Pour y fixé, de norme ≤ 1, et dans $\mid x \mid < \eta$, les $\int (e^{iy(x)} - 1 - iy(x))dF_n$ sont majorées, uniformément en n par $\int_{|x|<\eta} y^2(x)dF$ qui $\to 0$ avec η. Pour $\mid x \mid \geq \eta$, $e^{iy(x)} - 1 - iy(x)1_{|x| \leq 1}$ est une fonction bornée et $F' - F_n$ a une variation totale qui $\downarrow 0$. Ainsi

$$\widehat{\mu}_n(y) \to \widehat{\mu}'(y),$$

et le théorème 1 s'applique (*). Soit maintenant $F_n \downarrow F'$. Le résultat précédent s'applique à $F_1 - F_n \uparrow F_1 - F'$ pour assurer que $\tilde{e}(F_n - F') \to \delta(0)$, donc que $\tilde{e}(F_n) \to \tilde{e}(F')$.

(*) Non. Il faut faire appel au fait que la convergence des séries définissant $\tilde{e}(F')$ est uniforme (dominée par celle relative à F), suivant le raisonnement de [9], pour la convergence de $\tilde{e}(F_\eta)$ vers μ.

iii) Que F_α soit une famille (filtrante) $\uparrow$ ou $\downarrow$, on sait bien que la mesure sup F_α (ou inf F_α) est obtenue par une suite : pour les restrictions à $\{ \mid x \mid > 1/n \}$, on prend (dans le 1[er] casp F_{n_k} croissante avec k, et de variation totale $\uparrow$ vers celle de F′, et peut choisir F_{nk} croissante avec n. D'où $F_n \uparrow F'$, et $\{ F_n \} \subset \{ F_\alpha \}$. Alors si $\mu_\alpha = \tilde{e}(F_\alpha)$ ne convergeait pas, il existerait $\eta > 0$ et pour tout α, $F_{\alpha'} \geq F_\alpha$ avec $(\mu_{\alpha'}, \mu') \geq \eta$ (une distance exprimant la convergence en loi), donc une suite $\uparrow F_{\alpha_n} \geq F_n$ (parmi ces α'), soit $F_{\alpha_n} \uparrow F'$ et $(\mu_{\alpha_n}, \mu') \geq \eta$ contredisant *ii*).

COROLLAIRE 1. — Les mêmes résultats valent avec toute autre représentation de $\widehat{\mu}$: $\operatorname{Log} \mu(y) = \int [e^{iy(x)} - 1 - iy(x)g(\mid x \mid)]dF$ c. a. d. le système des translations $b_\eta = - \int_{|x| > \eta} xg(\mid x \mid)dF$, et avec $g = 0$ si $\int_{|x| \leq 1} \mid x \mid dF = 0$.

COROLLAIRE 2. — Les mêmes résultats valent, pour $F' = F$ seulement, et des F_n, F_α bornées (séparément, dans $\mathscr{X}$) si μ a une représentation sans translation

$$\text{(4)} \quad \operatorname{Log} \widehat{\mu}(y) = \int (e^{iy(x)} - 1)dF \qquad \text{mais avec} \qquad \int_{x \leq 1} \mid x \mid dF = \infty .$$

Alors toutes les lois sont définies sans translation.

COROLLAIRE 3. — Si $(\mathscr{X}, \mathscr{C})$ est seulement un espace métrique, le corollaire 2 vaut encore (la distance $(x) = (0, x)$ remplace $\mid x)$ que F intègre ou non (x) (pour $(x) \leq 1$), si on sait F et μ dans $\mathscr{X}$.

Remarque 1. — Les restrictions au corollaire 2 viennent de ce qu'on ne sait pas si (3) définit une loi pour $F' \leq F$, non bornée, sachant que F en définit une. Au corollaire 3, même si F intègre (x) (pour $(x) \leq 1$), cela n'assure pas que (3) définit μ dans $\mathscr{X}$, seulement dans son complété. Étant μ de $\mathscr{J}$ (pour $\mathscr{X}$ métrisable), $\dot{\mu}$ induite dans le complété $\dot{\mathscr{X}}$ définit $\dot{F}$. Supposons que $\dot{F}$ ait une trace « pleine » sur $\mathscr{X}$. On sait que $\dot{\mu} = a + \lim e(\dot{F}_{\eta_n})\delta(a_n)$ mais ne sait pas si $a - a_n \in \mathscr{X}$, ni si a, ou $a_n \in \mathscr{X}$. Savoir (dans le cas $\mathscr{X}$ normé) que $a_n = \int_{\eta_n < |x| \leq 1} x d\dot{F}$ ne l'assure pas. On sait donc peu de choses sur la « définition » de $\mu = e(F)$ en ce cas, même pour $F = \Sigma c_i \delta(x_i)$, et $\mathscr{X}$ normé !

Remarque 2. — Si μ est τ-régulière dans $\mathscr{X}$ métrique, si $\mu \in \mathscr{J}$, et si F est également définie sur $\mathscr{B}(\mathscr{X})$, on peut, suivant la méthode du théorème 1 de [7] (ou de [3] dans le cas complet) trouver un espace E normé séparable, plongé continûment dans $\mathscr{X}$ et portant μ et $F(\mathscr{B}(E)$ est trace de $\mathscr{B}(X))$.

Mais rien n'impose que F ainsi définie sur $\mathscr{B}(E)$ soit bornée hors des $\{ \mid x \mid \leq \eta \}$.

Notons que l'hypothèse que F intègre (x) sur un voisinage de 0 (donc sur tout $\{ x : (x) \leq \delta \}$), suffit à assurer que (4) définit une loi μ si $\mathscr{X}$ est complet. La preuve de Araujo dans [0] vaut encore (à peu près identique).

A supposer F bornée hors des $\{ \mid x \mid \leq \eta \}$, les conditions $\int_{|x| \leq \eta} |x| \, dF$ et $\int_{|x| \leq \delta} (x) dF$ sont difficilement comparables. La première suffit évidemment à assurer que $\mu^{1/n}$ existe, c'est $e(F/n)$, dans E, si E est complet. Si non, il faut prouver que le choix de E peut être fait en assurant cette propriété.

2. UNE PREUVE PROBABILISTE DE

$$\int e^{c|x|} d\mu < \infty \tag{5}$$

POUR *c* RÉEL ASSEZ PETIT

Cette preuve passe par de nombreux détours techniquement bien plus longs que la preuve (non triviale) de Yuriskii. Elle n'est que l'extension de la preuve donnée par Skohorod (cf. [4']) dans le cas de la mesure de Wiener. Elle s'exprime par un résultat en apparence (en apparence seulement) plus général.

Soit μ une loi indéfiniment divisible dans l'espace de Banach séparable $\mathscr{X}$, du type de Poisson.

On suppose la mesure de Lévy F portée par la boule $\{ \mid x \mid \leq a \}$. Suivant un théorème de Siebert (cf. [4], p. 243), le demi-groupe continu μ^t existe. Suivant le théorème de Dynkin-Kinney (cf. [1], p. 182), il existe un processus X_t, à valeurs dans $\mathscr{X}$, $t \in [0,1]$, à accroissements indépendants (X_t de loi μ^t), à trajectoires sans discontinuités de 2^e espèce.

On sait également (cf. par exemple [8], p. 243-245 ou [1]) que dans $\mathscr{X} - 0$ est définie une mesure ponctuelle aléatoire N(A), finie dans $\{ \mid x \mid > \eta \}$, ou processus de Poisson, caractérisée par la mesure $\tilde{F}$ ($\tilde{F}A$ est le nombre moyen $\overline{N}(A)$ de points dans A), telle que N(A) est le nombre de sauts des processus X_t (de $t = 0$ à $t = 1$) ayant leurs valeurs dans A. $\tilde{F}$ coïncide avec F cylindriquement, donc n'est autre que F, et ceci nous assure que l'hypothèse "F est dans $\{ \mid x \mid \leq a \}$ équivaut à : les trajectoires de X_t n'ont pas de sauts de norme $> a$.

THÉORÈME. — Pour le processus « additif » X_t, homogène, défini par la loi μ indéfiniment divisible ci-dessus supposée symétrique, on a

$$\int e^{c\|X\|}dP < \infty \tag{6}$$

pour c assez petit, $\|X\|$ désignant $\sup\limits_{0 \leq t \leq 1} |X_t|$ pour la trajectoire $X(t)$.

Preuve. — On a $X(+0)$ p. s. 0, vu $\mu^t \underset{t \to 0}{\longrightarrow} \delta(0)$ et l'indépendance des accroissements (cf. la remarque ci-après, on pourrait d'ailleurs se contenter de $|X(+0)| \leq a$ p. s.). Soit $M > a$.

Posons $\tau_n = \inf \{ t : |X_t| \geq nM \}$. On a $|X_{\tau_n - 0}| \leq nM$, donc

$$|X_{\tau_n}| \leq nM + a,$$

et

$$A_{nM} = \{ \sup_{t \leq 1} |X_t| \geq nM \} = \{ A_{(n-1)M}, \sup_{t \leq 1 - \tau_{n-1}} |X(t) - X(\tau_{n-1})| \geq M - a \}$$

La propriété forte de Markov nous assure que $P(A_{nM}) \leq P(A_{M-a})P(A_{(n-1)M})$. Mais l'inégalité de Paul Lévy, étendue par Kahane, assure, grâce à la symétrie supposée de μ, que $P(A_{r^+}) \leq 2\mu\{ |x| > r \}$, donc que $P(A_M) = \varepsilon(M) \downarrow 0$ avec $1/M$.

On a donc $P(A_{nM}) \leq \varepsilon_M^{n-1}\varepsilon_{M-A}$ et, classiquement, avec

$$G(r) = \mu\{ |x| > r \}$$

$$\int e^{c|x|}dP \leq \mu(0) + \sum_1^{\infty} G(n-1)(M)e^{cnM} < \infty \quad \text{si} \quad c < \frac{|\operatorname{Log} \varepsilon(M)|}{M}.$$

COROLLAIRE. — Pour μ non symétrique, (6) vaut également.

Plus généralement, pour toute loi μ, même non indéfiniment divisible, les facteurs de μ intègrent $e^{c|X|}$ pour les mêmes valeurs de c que μ.

Preuve. — Le théorème s'applique au processus symétrisé $X - X'$ et assure que $\int e^{c\|X - x'\|}dP = C(x')$ fini pour presque toute trajectoire x', donc $\int e^{c\|X\|}dP \leq e^{c\|x'\|}C(x')$ pour ces trajectoires.

La même preuve vaut pour un facteur ν de μ, sans nécessiter que μ soit la symétrisée ν^s de ν. La preuve de [9] (pour ce dernier cas) nous paraît incorrecte et il n'est pas nécessaire de diviser c par 3.

Remarque 3. — On prouve aisément, en étendant une méthode de Kahane que $Z = \Sigma X_i$ étant une série à termes indépendants, convergeant p. s., bornés par a (en norme : $| X_i | \leq a$) et de lois symétriques, la loi μ de Z vérifie (5) pour tout c tel que

$$c < \frac{| \operatorname{Log} 2\varepsilon(r) |}{2(a + r)}, \qquad \varepsilon(r) = 2\mu \{ | x | > r \}$$

au lieu de la condition ci-dessus (avec $M = a + r$)

$$c < \frac{| \operatorname{Log} \varepsilon(a + r) |}{a + r}.$$

Kahane se limitait à la série $\Sigma \varepsilon_i x_i$ ($\{ \varepsilon_i \}$ suite de Bernoulli).

Le même résultat vaut donc pour des X_i non symétriques, avec les mêmes c relatifs à $2a$ et le même r, pour la loi μ^s.

RÉFÉRENCES

[*0*] A. ARAUJO, On infinitely divisible lows in $\mathscr{C}[0,1]$. *Proc. Amer. Math. Soc.*, t. **51**, 1975, p. 179-185.

[*1*] GIKHMAN et SKOHOROD, *The theory of stochastic processes I.* Springer.

[*2*] Herbert HEYER, *Untersuchung zur Theorie der Warscheinlichkeits Verteilungen auf lokalkompacten Gruppen.* Dissertation, Hamburg, 1963.

[*3*] J. KUELBS, Some results for probability measures on linear topological vector spaces. *J. Funct. anal.*, t. **14**, 1973, p. 28-43.

[*4*] E. SIEBERT, Einbettung unendlich teilbarer Warscheinlichkeitsmasse auf topologischen. Gruppen. *Z. W.*, t. **28**, 1974, p. 227-247.

[*4'*] A. V. SKOHOROD, A note on Gaussian measures in a Banach space. *Theory of Probability*, t. **15**, 3, 1970, p. 508.

[*5*] A. TORTRAT, Structure des lois indéfiniment divisibles. *Lecture notes*, n° 31, p. 299-327.

[*6*] A. TORTRAT, Sur la structure des lois indéfiniment divisibles. *Z. W.*, t. **11**, 1969, p. 311-326.

[*7*] A. TORTRAT, *Sur les probabilités dans les espaces vectoriels topologiques.* Proceedings of the symposium to honour Zerzy Neyman, 1974, p. 319-325.

[*8*] A. TORTRAT, *Calcul des probabilités.* Masson, 1971.

[*9*] YURISKII, On infinitely divisible distributions. *Theory of probability and its applications*, t. XIX, 2, 1974, p. 297-308.

(Manuscrit reçu le 7 novembre 1978).