
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

J. JOUVIN

Solution du problème II de la page 17 de ce volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 1 (1810-1811), p. 124-126

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1810-1811__1__124_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1810-1811, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Solution du problème II de la page 17 de ce volume ;

Par M. J. Jouvin , ancien élève de l'école impériale
polytechnique.

Énoncé. Déterminer l'équation la plus générale des courbes planes qui jouissent de cette propriété , savoir : que toutes celles de leurs cordes dont la direction passe par un certain point de leur plan sont d'une longueur donnée et constante ?

Construction. Soit P le point donné , et $2r$ la longueur constante de toutes les cordes dont la direction passe par ce point. Soit tracé à volonté une courbe continue ou discontinue que nous désignerons par A ; soit mené par le point P une suite de droites D coupant A en une suite de points C ; enfin , de chacun de ces points C comme centre , et avec le rayon constant r , soit décrit une suite de cercles ; chacun de ces cercles coupera celle des droites D sur laquelle son centre C se trouvera situé , en deux points M et N ; alors tous les points M et tous les points N se trouveront sur deux branches d'une courbe unique qui satisfera , dans toute son étendue , aux con-

ditions du problème ; et cette courbe sera continue ou discontinue, suivant la nature de la courbe arbitraire A.

Analyse. Soit rapporté la courbe arbitraire A à deux axes rectangulaires passant par P, et supposons qu'alors son équation soit :

$$y=f(x) ;$$

l'équation générale des droites D sera :

$$y=ax ,$$

a étant une indéterminée.

On obtiendra ensuite les équations de tous les points C, en combinant entre elles les deux équations

$$y=f(x), y=ax ;$$

d'où on conclura d'abord : $f(x)=ax$. Si l'on suppose que cette équation, résolue par rapport à x , donne $x=\varphi(a)$, les points C auront pour leurs équations :

$$x=\varphi(a) ; y=a\varphi(a).$$

Les cercles qui auront ces points pour centres et r pour rayon, auront donc pour équation générale :

$$[x-\varphi(a)]^2+[y-a\varphi(a)]^2=r^2 ;$$

en sorte que la combinaison de cette équation avec l'équation $y=ax$ de D fera connaître les points M et N qui répondent à chaque valeur particulière de l'indéterminée a .

Éliminant donc cette indéterminée entre ces deux équations, l'équation résultante en x et y sera celle du lieu géométrique de tous les points M et N ; elle sera donc l'équation de la courbe cherchée. L'équation la plus générale des courbes qui satisfont aux conditions du problème proposé est donc :

$$\left\{x-\varphi\left(\frac{y}{x}\right)\right\}^2+\left\{y-\frac{y}{x}\varphi\left(\frac{y}{x}\right)\right\}^2=r^2$$

dans laquelle φ désigne une fonction absolument arbitraire.

Remarque. Nous avons supposé qu'on s'était donné la fonction f , et nous avons vu que, dans ce cas, la fonction φ n'était autre chose que la fonction de α qu'on obtenait pour valeur de x , en résolvant l'équation :

$$f(x) = \alpha x.$$

Si, au contraire, c'était la fonction φ qui fût donnée, et qu'on voulût en déduire la fonction f , cette dernière fonction ne serait autre chose que la fonction de x qu'on obtiendrait, en éliminant α entre les deux équations :

$$x = \varphi(\alpha), \quad y = \alpha \varphi(\alpha);$$

et en résolvant ensuite l'équation résultante par rapport à y .

Nous ne nous arrêtons pas aux applications qu'on peut faire des résultats auxquels nous sommes parvenus, attendu que ces applications ne peuvent présenter de difficultés.
