ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

BRET

Correspondance. Lettre de L. Bret, professeur à la faculté des sciences de l'académie de Grenoble

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 3 (1812-1813), p. 369-371
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1812-1813__3__369_0>

CORRESPONDANCE.

Lettre de M. Bret, professeur à la faculté des sciences de l'académie de Grenoble,

Au Rédacteur des *Annales* ;

En réponse aux lettres de MM. Du Bourguet et Bérard, insérées aux pages 94 et 97 de ce volume.

Monsieur et très-cher Confrère,

La difficulté que j'ai élevée sur la démonstration donnée par M. Du Bourguet, à la page 338 du 2.^e volume des *Annales*, du principe qui sert de fondement à la théorie des équations, me semble subsister encore dans son entier, malgré la réponse que ce géomètre y a faite, à la page 94 du présent volume.

Soit en effet l'équation

$$Ax^m+Bx^{m-1}+Cx^{m-2}+\ldots\ldots=y\ , \qquad (1)$$

dans laquelle A, B, C,.... sont des nombres quelconques ; si je donne à x des valeurs numériques α, α', α'',...., il en résultera pour y des valeurs numériques correspondantes β, β', β'',...; donc x dépend de y et de A, B, C,....; et on a

$$x=\varphi(A\,,B\,,C,\ldots\ldots y). \qquad (2)$$

Cette équation détermine les valeurs $x=\alpha$, α', α'',....
Lorsque $y=\beta$, β', β'',....

Cela posé, toutes les couples de x, y, savoir, $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$, $\alpha''\beta''$,...., qui satisfont à l'équation (1), satisfont aussi à l'équation (2); mais réciproquement, faut-il en conclure que toutes les couples qui satisfont à cette dernière équation, satisfont aussi à la première ? Je pense que cette consequence ne peut être admise sans démonstration.

D'après cela, si, dans l'équation (2), on fait $y=0$, on aura bien une valeur correspondante de x; mais il reste à savoir si ce couple satisfait à l'équation primordiale, d'autant plus que cette équation (1) peut cesser d'exister dans ce cas. Je persiste donc à croire qu'il est très-difficile de ramener la démonstration de ce principe à des notions purement élémentaires.

Permettez-moi, Monsieur, de saisir cette occasion, pour répondre à la réclamation insérée à la page 97 de ce volume.

Je n'ignorais point, en effet, que M. Berard eût une construction nouvelle de la parabole; mais je n'avais pas connaissance du moyen qu'il employait. Je l'ai examiné depuis, et j'ai reconnu que nos méthodes diffèrent essentiellement.

Celle que l'on trouve dans les *Opuscules mathématiques* de M. Bérard, a pour but de déterminer le foyer, et emploie pour cela cette propriété de la parabole, que la tangente fait des angles égaux avec le rayon vecteur et le diamètre. Mais il faut bien remarquer que, si le système primitif des axes auxquels on rapporte la courbe est rectangulaire, les tangentes (3) et (4) seront à angles droits (page 223 du tome 2.e des *Annales*), et la droite qui joindra les points de contact A et D, passera toujours par le foyer; en sorte que la construction donnée par M. Bérard n'est point applicable au cas où le système primitif des axes est rectangulaire. Il faut donc, dans ce cas, recourir à une autre propriété, pour construire la parabole. Cette proprieté consiste en ce que le point de rencontre des tangentes (3) et (4) est un point de la directrice de la parabole.

L'inconvénient que je viens de remarquer n'a point lieu dans ma méthode, ce qui la rend tout à fait générale. En effet, elle détermine le sommet, et même directement tous les points de la courbe, en n'employant uniquement que cette propriété de la parabole, rapportée soit à son axe soit à ses diamètres, savoir, que la sous-tangente est double de l'abscisse du point de contact.

Agréez, etc.

Grenoble, le 1.er avril 1813.

Lettre de M. Puissant, chef de bataillon au corps impérial des ingénieurs géographes, attaché au dépôt de la guerre, etc.

Au Rédacteur des *Annales*,

Monsieur,

La démonstration analitique d'une propriété très-remarquable des lignes et surfaces du second ordre que vous avez donnée à la page 293 du présent volume de vos intéressantes *Annales*, est en effet d'une extrême simplicité ; et je conviens que celle que j'ai développée à la page 138 de la deuxième édition de mon *Recueil de propositions de géométrie*, et qui n'est relative qu'aux lignes du second ordre, est, comme vous le dites, compliquée et incomplète ; mais la seconde démonstration, indiquée aux pages 141 et 143, me paraît être très-courte et très-générale. C'est ce que je me propose de faire voir par ce qui suit.

L'équation d'une surface du second ordre, rapportée à des axes obliques, étant

$$Ax^2+By^2+Cz^2+2Dx=0\,, \qquad (1)$$