ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

J. B. DURRANDE

Questions résolues. Solution du problème d'alliage proposé la page 264 de ce volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 5 (1814-1815), p. 368-369
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1814-1815__5__368_0>

QUESTIONS RÉSOLUES.

Solution du problème d'alliage proposé la page 264 de ce volume ;

Par M. J. B. Durrande.

Problème. Deux vases contenant des volumes connus V, V′ *de mélanges de plusieurs liquides, dont le nombre et les proportions sont inconnus pour chaque vase ; ne serait-il pas possible de construire deux vases plus petits et d'une même capacité, tels qu'en les emplissant à la fois dans les deux vases donnés, et versant ensuite dans chacun le liquide extrait de l'autre, les mélanges de liquides contenus dans les deux vases, après cette opération, soient exactement de même nature ? et quelle devrait être pour cela la capacité commune des deux vases égaux ?*

Solution. Puisqu'on suppose les liquides exactement mêlés dans chaque vase, on peut considérer les mélanges comme deux liquides de nature différente qu'il faut mêler exactement, par l'opération proposée.

Soit donc désignée par x la capacité commune des deux vases égaux et inconnus ; l'opération exécutée, les volumes des deux liquides contenus dans les deux vases seront

$$\text{Premier vase}\left\{\begin{array}{lr}\text{Premier liquide.}\;\ldots\ldots & V-x\;, \\ \text{Deuxième liquide}\;\ldots\ldots & x\;\;,\end{array}\right.$$

$$\text{Deuxième vase}\left\{\begin{array}{lr}\text{Premier liquide.}\;\ldots\ldots & x\;\;, \\ \text{Deuxième liquide}\;\ldots\ldots & V'-x\;,\end{array}\right.$$

afin donc que les deux mélanges soient exactement faits dans les mêmes proportions, on doit avoir

$$\frac{V-x}{x}=\frac{x}{V'-x}\,, \quad \text{ou} \quad x^2=(V-x)(V'-x)\,,$$

d'où on tire

$$x=\frac{VV'}{V+V'}\,;$$

ainsi la capacité commune des deux vases demandés est le produit des volumes des deux mélanges, divisé par leur somme.

Soit $V>V'$; on a

$$\tfrac{1}{2}V-x=\tfrac{1}{2}V\,.\,\frac{V-V'}{V+V'}\,, \quad x-\tfrac{1}{2}V'=\tfrac{1}{2}V'\,.\,\frac{V-V'}{V+V'}\,;$$

ce qui montre que la capacité x est toujours plus grande que la moitié du plus petit des deux volumes donnés, mais moindre que la moitié du plus grand.

Dans le cas où l'on a $V'=V$, on trouve simplement $x=\tfrac{1}{2}V$; ce qui est d'ailleurs évident.

On voit donc que l'on peut, par une opération unique, mêler exactement deux liquides contenus dans deux vases différens, lorsqu'on n'a pas la faculté de les verser en totalité dans un troisième vase. Il serait intéressant d'étendre cette méthode à un plus grand nombre de liquides contenus dans autant de vases.