
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

BÉRARD

Questions résolues. Démonstrations du dernier des deux théorèmes énoncés à la page 296 du quatrième volume de ce recueil. Démonstration analytique

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 5 (1814-1815), p. 52-53

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1814-1815__5__52_0

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1814-1815, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS RÉSOLUES.

*Démonstrations du dernier des deux théorèmes énoncés
à la page 296 du quatrième volume de ce recueil.*



ÉNONCÉ. *Dans toute ligne du second ordre qui a un centre ; si l'on mène deux tangentes parallèles à une même droite fixe quelconque , et une troisième tangente variable ; le produit des segments des deux premières tangentes compris depuis leurs points de contact jusqu'à la troisième , sera une quantité constante. (*)*

Démonstration analytique ;

Par M. BÉRARD , principal et professeur de mathématiques
du collège de Briançon , membre de plusieurs sociétés
savantes.

Les points de contact des deux tangentes parallèles entre elles
étant les extrémités d'un diamètre, nous prendrons ce diamètre, que

(*) Dans la *Théorie des fonctions analytiques*, page 134 de la première édition et 187 de la deuxième, Lagrange a démontré que, non seulement cette propriété appartenait aux sections coniques ; mais que de plus elle n'appartenait qu'à elles seules. Mais sa démonstration sort du cercle des élémens.

nous appellerons $2a$, pour axe des x , et son conjugué $2b$ pour axe des y .

Si alors x' , y' sont les coordonnées du point de contact de la troisième tangente, nous aurons

$$b^2 x'^2 \pm a^2 y'^2 = a^2 b^2 ; \quad (1)$$

et l'équation de cette troisième tangente sera

$$b^2 x x' \pm a^2 y y' = a^2 b^2 ; \quad (2)$$

On en déduira la longueur des segmens que cette tangente détermine sur les deux premières, en y faisant successivement $x=a$ et $x=-a$, et en prenant les valeurs correspondantes de y , ce qui donnera

$$y = \pm \frac{b^2(a-x')}{ay'} ; \quad y = \pm \frac{b^2(a+x')}{ay'} ;$$

le produit de ces deux segmens sera donc

$$b^2 \cdot \frac{a^2 b^2 - b^2 x'^2}{a^2 y'^2} ;$$

quantité qui, en vertu de l'équation (1), se réduit à $\pm b^2$, c'est-à-dire, le carré de la moitié du conjugué du diamètre qui joint les points de contact des tangentes parallèles.