ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

J. B. DURRANDE

Questions résolues. Solution du premier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 299 du V.e volume de ce recueil

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 6 (1815-1816), p. 17-18
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1815-1816__6__17_0>

QUESTIONS RÉSOLUES.

Solution du premier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 299 du V.e volume de ce recueil ;

Par M. J. B. Durrande.

Problème. Construire quatre sphères telles que chacune d'elles touche les trois autres, et qui satisfassent de plus aux conditions suivantes ; savoir : 1.° *que les points de contact des trois premières avec la quatrième soient trois points donnés ;* 2.° *que ces trois sphères soient tangentes à un même plan donné ?*

Solution. Soient A, B, C, D les centres des quatre sphères cherchées, a, b, c les points de contact donnés des trois premières avec la quatrième, a', b', c' les points de contact des mêmes sphères avec le plan donné. Ces trois derniers points sont inconnus, mais le plan qu'ils déterminent est connu.

Les droites AB, ab, $a'b'$, concourent, comme l'on sait, en un même point γ du plan donné, lequel point n'est autre que le sommet du cône circonscrit aux deux sphères dont les centres sont A et B. Pour les mêmes raisons BC, bc, $b'c'$, concourront en un même point α et CA, ca, $c'a'$ en un même point β du même plan ; et il est encore connu que ces trois points α, β, γ, appartiendront à une même ligne droite, intersection du plan donné avec celui du triangle donné abc ; il est évident en outre que ces points α, β, γ seront assignables, comme intersection du plan donné avec les droites données bc, ca, ab.

Si l'on fait de ces mêmes points les centres de trois sphères ayant respectivement leurs rayons moyens proportionnels entre αb et αc, βc et βa, γa et γb, ces sphères seront aussi données; et elles seront respectivement tangentes à celles dont les centres sont A, B, C (*). Chacune de ces dernières sera donc déterminée à toucher deux des sphères dont les centres sont α, β, γ, à toucher le plan donné et à passer par l'un des points donnés a, b, c, problème qu'on sait résoudre (**). Ces trois sphères étant ainsi construites, rien ne sera plus facile que de déterminer celle dont le centre est D.

Nous n'indiquons ici que le procédé théorique; les méthodes de la géométrie descriptive feront connaître la grandeur et la situation des parties cherchées.

(*) Voyez la page 296 du V.e volume de ce recueil.

(**) Voyez le traité de Fermat : *De tactionibus sphœricis* ; voyez aussi les pages 349 et 353 du IV.e volume de ce recueil.