ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

SERVOIS

Solution du problème d'analise proposé à la page 299 du V.e volume de ce recueil

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 6 (1815-1816), p. 18-19
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1815-1816__6__18_1>

Solution du problème d'analise proposé à la page 299 du V.e volume de ce recueil ;

Par M. Servois, professeur aux écoles d'artillerie.

Problème. *Assigner l'intégrale finie et complète de l'équation différentielle*

$$dy+y^2e^{\int Xdx}.dx=e^{-\int Xdx}.X'dx\ ,$$

dans laquelle X *est supposé une fonction quelconque de* x , *dont* *la différentielle est* $X'dx$, *et où* e *est la base des logarithmes naturels ?*

Solution. Soit posé

$$y=(X-t)e^{-\int X dx};$$

d'où

$$dy=(X'dx-dt)e^{-\int X dx}-(X-t)e^{-\int X dx}.Xdx;$$

en snbstituant dans la proposée, et divisant par $e^{-\int X dx}$, elle devient, toutes réductions faites,

$$t^2dx-tXdx-dt=0;$$

mais, en rétablissant ce facteur, elle peut être écrite ainsi

$$e^{-\int X dx}.dx-\frac{tXe^{-\int X dx}.dx-e^{-\int X dx}.dt}{t^2}=0;$$

ce qui revient à

$$e^{-\int X dx}.dx+d.\frac{e^{-\int X dx}}{t}=0;$$

et donne conséquemment

$$\int e^{-\int X dx}.dx+\frac{e^{-\int X dx}}{t}=A;$$

d'où

$$t=\frac{e^{-\int X dx}}{A-\int e^{-\int X dx}.dx};$$

donc enfin

$$y=e^{-\int X dx}.\left\{X-\frac{e^{-\int X dx}}{A-\int e^{-\int X dx}.dx}\right\};$$

A étant la fonction complémentaire de l'intégration.