ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

ZINDRINI

Solution du premier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 328 du V.e volume des Annales

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 6 (1815-1816), p. 55-57
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1815-1816__6__55_0>

Solution du premier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 328 du V.e volume des Annales ;

Par M. Zindrini, professeur de mathématiques au lycée, et secrétaire perpétuel de l'institut royal à Venise (*).

PROBLÈME. *Diviser graphiquement l'aire d'un triangle en parties égales, par des parallèles à sa base ?*

Construction. Soit le triangle ASB (fig. 5) qu'il faille, par exemple, diviser en cinq parties égales, par des parallèles à sa base.

Par son sommet S, soit menée une droite SD, parallèle à sa base AB et égale à sa hauteur SH. Soit c_0 le milieu de cette parallèle, et soit divisée c_0S en cinq parties égales, aux points c_1, c_2, c_3, c_4. De ces points, pris successivement pour centres, et avec leurs distances au point D pour rayon, soient décrits des arcs coupant respectivement la hauteur en h_1, h_2, h_3, h_4 ; les parallèles menées à la base par ces derniers points seront les droites cherchées.

Il ne serait pas difficile, d'après cela, de diviser la surface convexe d'une pyramide ou d'un cône en parties égales, par des plans parallèles à sa base.

(*) Ce problème, de première facilité, ne pouvant offrir d'intérêt qu'à raison de l'élégance de la construction, nous avons cru pouvoir passer sous silence une multitude d'autres solutions qu'on en a données.

J. D. G.

Si, au lieu de diviser c_0S en parties égales, on l'eût divisée en parties proportionnelles à des nombres donnés quelconques, les parallèles à la base, au lieu de diviser l'aire du triangle en parties égales, l'auraient divisée en parties proportionnelles à ces mêmes nombres.

Le premier cas n'étant même qu'un cas particulier de ce dernier, c'est celui-ci qu'il suffira de démontrer. Il est évident d'ailleurs que tout se réduit à savoir diviser l'aire d'un triangle, par une parallèle à sa base en *deux* parties qui aient entre elles un rapport donné, celui de m à n, par exemple.

Démonstration. Tout étant dans la figure 6 comme dans la figure 5, si ce n'est que C est le milieu de SD=SH, que SC est partagée en E en deux parties SE, EC proportionnelles à m et n, que E est le centre d'un demi-cercle DLK coupant la hauteur en L, et qu'enfin FG est la parallèle à AB conduite par L; soient M, N les deux segmens du triangle.

Nous aurons

$$M+N=ASB=\tfrac{1}{2}AB\times SH\ ;$$

$$N=FSG=ASB\,.\,\frac{\overline{SL}^2}{\overline{SH}^2}=\tfrac{1}{2}AB\,.\,\frac{\overline{SL}^2}{SH}=\tfrac{1}{2}AB\,.\,\frac{SD\times SK}{SH}$$

$$=\tfrac{1}{2}AB\,.\,SK=\tfrac{1}{2}AB(DK-SD)$$

c'est-à-dire,

$$M+N=AB\times SC\ ,$$

$$N=AB\times(DE-SC)=AB\times(DE-DC)=AB\times CE\ ;$$

donc, en retranchant,

$$M = AB \times (SC - CE) = AB \times SE \ ;$$

donc enfin

$$\frac{M}{N} = \frac{SE}{EC} = \frac{m}{n} \quad (*).$$