
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

TÉDENAT

Addition à la solution insérée à la page 285 de ce volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 12 (1821-1822), p. 378-379

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1821-1822__12__378_0

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1821-1822, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Addition à la solution insérée à la page 285 de ce volume ;

Par M. TÉDENAT , ancien recteur , correspondant de l'académie royale des sciences.

LE problème qu'il s'agissait de résoudre en cet endroit était le suivant : *Quelle est l'équation la plus générale des courbes qui jouissent de cette propriété que si , par chacun de leurs points , on leur mène une normale , terminée à l'axe des abscisses , cette normale a même longueur que l'ordonnée qui a son pied au même point de cet axe ?*

Nous avons prouvé , en l'endroit cité , que l'équation générale de ces courbes avait pour équation

$$y^2 = 2\varphi(x) ; \quad (1)$$

pourvu que la fonction φ fût de nature à satisfaire à l'équation

$$2\varphi(x) + [\varphi'(x)]^2 = 2\varphi[x + \varphi'(x)] , \quad (2)$$

où φ' désigne , comme à l'ordinaire , la fonction dérivée de φ .

En différentiant cette dernière , il vient

$$2\varphi'(x) + 2\varphi'(x)\varphi''(x) = 2[1 + \varphi''(x)]\varphi'[x + \varphi'(x)] ,$$

ou , en transposant et décomposant ,

$$[1 + \varphi''(x)]\{\varphi'(x) - \varphi'[x + \varphi'(x)]\} = 0 ;$$

équation qui se décompose en ces deux-ci :

$$\varphi''(x) = -1, \quad (3)$$

$$\varphi'(x) = \varphi'[x + \varphi(x)] \quad (4)$$

L'équation (3) donne, en intégrant,

$$\varphi(x) = A + Bx - \frac{1}{2}x^2;$$

ce qui donne, pour l'équation de la courbe cherchée,

$$y^2 = 2A + 2Bx - x^2,$$

équation d'un cercle d'un rayon quelconque, ayant son centre en l'un quelconque des points de l'axe des x .

Quant à l'équation (4), elle donne évidemment $\varphi'(x) = 0$, d'où

$$\varphi(x) = A,$$

ce qui donne, pour l'équation de la courbe cherchée ;

$$y^2 = 2A,$$

équation de deux parallèles à l'axe des x , également distantes de part et d'autre de cet axe.

Nous avons déjà prouvé, *à posteriori*, que ce cercle et ces parallèles, qui d'ailleurs résolvent évidemment le problème, satisfaisaient aux équations (1, 2); mais nous n'avions pas su alors en déduire directement les équations de ces deux lignes.

La question serait présentement de savoir si une équation de la forme

$$\psi(x) = \psi[x + \psi(x)]$$

peut admettre d'autres solutions que la solution $\psi(x) = 0$; et, au cas qu'elle en admit d'autres, quelles pourraient être ces solutions? mais c'est une question que nous livrons à la sagacité du lecteur.