W. H. TALBOT

Questions résolues. Addition à l'article de la page 207 du présent volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 14 (1823-1824), p. 380-381
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1823-1824__14__380_0>

QUESTIONS RÉSOLUES.

Addition à l'article de la page 207 du présent volume ;

Par M. W. H. Talbot, membre de la société philosophique de Cambridge.

(*Extrait d'une lettre au Rédacteur des* Annales.)

Vous me demandez, Monsieur, comment je suis parvenu à rectifier la courbe dont il a été question à la page 207. Ne pouvant en ce moment reprendre le fil de mes recherches sur ce sujet, je me bornerai à vous en donner le résultat.

Soient AA', BB' le grand et le petit axe de l'ellipse génératrice, C son centre, CP un rayon vecteur quelconque, PQ la perpendiculaire à son extrémité, et Q le point où cette perpendiculaire touche la courbe dont il s'agit. En posant

$$CA=1\,,\qquad CB=b\,,\qquad Ang.BCP=\theta\,,$$

et en désignant en outre l'excentricité par e, je trouve

$$Arc\,BQ=Tang.PQ+b\int\frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{1-e^2\mathrm{Sin.}^2\theta}}\;;$$

or, le terme $Tang.$PQ s'évanouit au point A ; donc le quart de la courbe a pour expression

$b\int$

$$b\int \frac{d\theta}{\sqrt{1-e^2\text{Sin.}^2\theta}} \cdot \quad \begin{pmatrix}\theta=0\ ,\\ \theta=\frac{\varpi}{2}\ .\end{pmatrix}$$

Cette intégrale est une fonction elliptique de la première espèce de M. Legendre, et vous voyez qu'elle exprime l'arc d'une courbe *algébrique;* chose soupçonnée par M. Legendre, mais dont il n'a pas rencontré la preuve, excepté dans le cas de $e=\sqrt{2}$, dans lequel cas il fait voir que cette intégrale exprime un arc de lemniscate. J'espère, Monsieur, que la simplicité de ce résultat vous fera plaisir. J'y ai été conduit par une méthode assez éloignée de la route ordinaire.

J'ai l'honneur, etc.