Questions Proposées

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 17 (1826-1827), p. 35-36
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1826-1827__17__35_1>

QUESTIONS PROPOSÉES.

Théorèmes de géométrie.

I. Si deux lignes du $m.^{\text{ième}}$ ordre ont $m-1$ sécantes communes, réelles ou idéales (*), elles en auront une $m.^{\text{ième}}$, qui pourra être aussi réelle ou idéale; de sorte que leurs m^2 points d'intersection seront distribués m à m sur m droites.

Si les deux courbes ont $m-2$ sécantes communes, comprenant conséquemment m^2-2m de leurs points d'intersection ; les $2m$ points d'intersection restans appartiendront à une ligne du second ordre.

Si les deux courbes ont seulement $m-3$ sécantes communes, comprenant conséquemment m^2-3m de leurs points d'intersection ; les $3m$ points d'intersection restans appartiendront à une ligne du troisième ordre.

(*) On entend uniquement ici par *sécante commune* à deux lignes du $m.^{\text{ième}}$ ordre une droite qui renferme m de leurs intersections, réelles ou imaginaires.

Généralement, si les deux courbes ont seulement $m-n$ sécantes communes comprenant conséquemment m^2-mn de leurs points d'intersection ; les mn points d'intersection restans appartiendront à une ligne du $n.^{ième}$ ordre.

II. Si plusieurs lignes du $m.^{ième}$ ordre, ayant m sécantes communes, réelles ou idéales, sont coupées par une transversale curviligne du même ordre, et ayant avec elles $m-n$ sécantes communes ; il y aura, sur chaque courbe, mn points d'intersection, situés sur une ligne du $n.^{ième}$ ordre, et toutes les lignes du $n.^{ième}$ ordre auront pour sécantes communes les n autres sécantes communes, qui n'appartiennent pas à la transversale.

Dans le cas particulier de $n=1$, ce théorème devient :

Si plusieurs lignes du $m.^{ième}$ ordre, ayant m sécantes communes, sont coupées par une transversale curviligne de même ordre, ayant avec elles $m-1$ sécantes communes ; cette transversale déterminera, sur chaque courbe, une nouvelle sécante, et toutes ces sécantes iront se croiser en un point unique, situé sur la $m.^{ième}$ sécante qui n'appartient pas à la transversale.

III. Si deux lignes de $m.^{ième}$ ordre ont respectivement, avec une troisième ligne de cet ordre, m sécantes communes, réelles ou idéales, et d'ailleurs quelconques ; les m^2 points, réels ou imaginaires, communs aux deux premières courbes et les m^2 points communs aux deux systèmes de sécantes se trouveront sur une même ligne du $n.^{ième}$ ordre.

IV. Si deux lignes du $m.^{ième}$ ordre ont respectivement, avec une troisième du même ordre, m sécantes communes, toutes issues d'un même point, elles auront aussi entre elles m sécantes communes issues de ce point (*).

(*) Le géomètre qui indique ces théorèmes ajoute qu'ils ont leurs analogues pour les surfaces courbes, en appelant *plan sécant commun* à deux surfaces du $m.^{ième}$ ordre le plan d'une courbe de même ordre, suivant laquelle se coupent ces surfaces.