
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

VALLÈS

**Analyse transcendante. Intégration directe de l'équation linéaire
complète du premier ordre à coefficients variables**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 17 (1826-1827), p. 72-74

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1826-1827__17__72_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1826-1827, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANALYSE TRANSCENDANTE.

Intégration directe de l'équation linéaire complète du premier ordre à coefficients variables ;

Par M. VALLÈS, élève à l'Ecole royale polytechnique.

DANS les traités de calcul intégral, on ramène d'ordinaire l'intégration de l'équation linéaire complète du premier ordre, à coefficients variables à celle d'une autre équation linéaire du même ordre dans laquelle le dernier terme est nul ; et M. Bouvier est peut-être le premier qui se soit proposé de parvenir directement au but : (Voyez *Annales*, tom. XV, pag. 41).

En réfléchissant sur ce sujet, il nous a paru que l'intégrale d'une telle équation pouvait être directement obtenue par un autre procédé assez simple, et qui a sur celui de M. Bouvier l'avantage d'être parfaitement analogue à celui qu'on emploie dans l'intégration des équations linéaires d'ordres plus élevés. Voici à quoi il se réduit :

Soit la proposée

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q .$$

Posons

$$y = e^{\int t dx} ;$$

t étant une fonction inconnue de x . Il en résultera

$$\frac{dy}{dx} = t \cdot e^{\int t dx} ;$$

ce qui donnera, en substituant dans la proposée,

$$e^{\int t dx} (t + P) = Q ;$$

et par conséquent

$$t = \frac{Q}{e^{\int t dx}} - P = \frac{Q}{y} - P ;$$

puis, en multipliant par dx et intégrant

$$\int t dx = \int \frac{Q dx}{y} - \int P dx ,$$

done

$$e^{\int P dx} \quad \text{ou} \quad y = \frac{e^{\int \frac{Q dx}{y}}}{e^{\int P dx}} = e^{-\int P dx} \cdot e^{\int \frac{Q dx}{y}}. \quad (1)$$

Or, on a

$$d.e^{\int \frac{Q dx}{y}} = \frac{Q dx}{y} \cdot e^{\int \frac{Q dx}{y}},$$

et, en intégrant

$$e^{\int \frac{Q dx}{y}} = \int \frac{Q}{y} e^{\int \frac{Q dx}{y}} dx. \quad (2)$$

Mais, l'équation (1) donne

$$e^{\int \frac{Q dx}{y}} = y e^{\int P dx},$$

mettant donc cette valeur dans l'équation (2), elle deviendra

$$y e^{\int P dx} = \int \frac{Q}{y} \cdot y e^{\int P dx} \cdot dx,$$

ou, en simplifiant et tirant ensuite la valeur de y

$$y = e^{-\int P dx} \cdot \int e^{\int P dx} \cdot Q dx,$$

formule cherchée.