ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

BOBILLIER
GARBINSKI

Solution du problème de géométrie descriptive énoncé à la pag. 83 du présent volume

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 18 (1827-1828), p. 182-184
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1827-1828__18__182_1>

Solution du problème de géométrie descriptive énoncé à la pag. 83 du présent volume ;

Par M. Bobillier, professeur à l'Ecole des arts et métiers de Châlons-sur-Marne, et M. Garbinski, professeur, à Varsovie.

Problème. Construire rigoureusement la droite qui coupe à la fois quatre droites données dans l'espace, non comprises deux à deux dans un même plan ?

Solution de M. Bobillier.

Soient A, B, C, D les quatre droites données. Les trois dernières déterminent un paraboloïde hyperbolique qui généralement coupe la première en deux points. La génératrice du paraboloïde doit donc, dans deux de ses positions, passer par ces deux points de A, et comme elle pose constamment sur les trois directrices B, C, D, il s'ensuit que, dans ces deux positions, elle satisfait aux conditions du problème.

Mais il peut fort bien se faire que le paraboloïde ne fasse que toucher la droite A, ou même ne la rencontre pas ; d'où il suit que si, généralement parlant, le problème admet deux solutions, il peut fort bien, dans des cas particuliers, n'en admettre qu'une seule, ou même devenir impossible. Il pourrait même se faire que la droite A se trouvât située tout entière dans le paraboloïde, auquel cas toute droite qui poserait à la fois sur B, C, D poserait aussi sur A et satisferait conséquemment aux conditions du problème. Le problème serait donc alors indéterminé.

Supposons qu'aucun de ces cas particuliers n'ait lieu. Par B soit conduit arbitrairement un plan ; en joignant par une droite les points où il coupe C et D, cette droite sera une quatrième arête E du paraboloïde, et, en variant la situation de ce plan, on en obtiendra une cinquième F.

Soit ensuite conduit par A un plan arbitraire coupant B, C, D, E, F en b, c, d, e, f respectivement, ces points seront ceux d'une section plane du paraboloïde, c'est-à-dire, d'une conique, dont les intersections avec la droite A seront les points où cette droite doit être coupée par les deux droites qui résolvent le problème. Ce problème se trouve donc ramené à construire, sur un plan, les intersections d'une droite avec une conique donnée seulement par cinq des points de son périmètre.

Pour cela, par b, c je mène des parallèles à A et je détermine, par le théorème de Pascal, les points g et h où ces parallèles sont de nouveau coupées par la courbe. Je joins les milieux des cordes bg et ch parallèles à A par une droite, et le point O où cette droite coupe A est le milieu de l'intervalle entre les deux points cherchés.

Je décris un cercle passant par b, g, d, et je détermine le quatrième point k où ce cercle coupe la courbe. Tous les cercles ayant la corde dk commune avec cette conique la couperont suivant d'autres parallèles à A, d'où il suit que d, k et les deux points cherchés sont situés sur une même circonférence.

Si donc on élève une perpendiculaire sur le milieu de dk et une perpendiculaire sur A au point O, et que du point où elles se coupent, pris pour centre et avec ld ou lk pour rayon, on décrive un cercle, ce cercle coupera la droite A aux deux points cherchés.

Solution de M. Garbinski.

Si une droite mobile glisse sur trois quelconques des quatre droites données, par exemple sur A, B, C, elle engendrera, comme l'on sait, une surface gauche du second ordre qui, en général, coupera la quatrième D en deux points d et d' que l'on déterminera rigoureusement par la méthode de M. Brianchon ou par celle de Petit. (*Correspondance sur l'Ecole polytechnique*, tom. I, pag. 434—440).

Cela posé, concevons, par le point d et par l'une quelconque B des trois directrices de la surface gauche, un plan et désignons par c son intersection avec la directrice C. Une droite que l'on fera passer par c et d sera, comme l'on sait, l'une des génératrices de la surface, ou, ce qui est la même chose, elle coupera à la fois les trois directrices A, B, C; et, comme elle passe aussi par le point d qui appartient à D, elle résoudra complètement le problème, puisqu'elle coupera à la fois les quatre droites données.

Ce que nous venons de dire du point d pourra ensuite être appliqué au point d', de manière que, généralement parlant, *il existe toujours deux droites qui en coupent à la fois quatre autres données, non situées deux à deux dans un même plan* (*).

(*) Il serait curieux d'examiner si le problème ne pourrait pas être résolu par les simples élémens.

J. D. G.