

---

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

---

---

GERGONNE

**Géométrie de situation. Rectifications de diverses propositions  
énoncées dans les Annales**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 19 (1828-1829), p. 120-123

[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1828-1829\\_\\_19\\_\\_120\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1828-1829__19__120_0)

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1828-1829, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

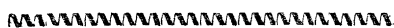
Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

## GÉOMÉTRIE DE SITUATION.

*Rectifications de diverses propositions énoncées  
dans les Annales ;*

Par M. GERGONNE.



EN annonçant ( *Bulletin universel*, mai 1828, pag. 302 ) que les rectifications que nous avons indiquées ( *Annales*, tom. XVIII, pag. 149 ) pour notre *Mémoire sur les lois générales qui régissent les lignes et surfaces courbes* ( tom. XVII, pag. 214 ) étaient loin de suffire, M. Poncelet nous avait tellement effrayés que nous n'avions pas eu le courage de relire ce mémoire, dans la crainte d'y trouver trop à réformer. M. Chasles a bien voulu prendre cette peine et y joindre obligeamment celle de nous indiquer les propositions qu'il avait trouvé defectueuses ou inexactement déduites. Nous avons été agréablement surpris en apprenant que tout portait uniquement sur quelques corollaires très-accessoires, et qui n'intéressent en aucune sorte le fond de notre travail ni de nos doctrines. Il ne s'agit, en effet, que des corollaires VI de la pag. 240 et des corollaires II de la pag. 244, qu'on pourra supprimer si l'on veut, ou bien que l'on conservera en y substituant, au *contact simple* qui s'y trouve mentionné, un *contact du second ordre*, et en modifiant d'une manière convenable les considérations qui amènent les corollaires VII de la pag. 240.

La nécessité de ces rectifications tient, comme l'observe très-bien M. Chasles, à ce que, pour que deux surfaces du second degré qui se tou-

chent en un point se coupent en outre suivant une courbe plane, il ne suffit pas qu'elles aient en ce point un *simple contact*, mais qu'il faut que le contact qui existe entre elles soit un *contact du second ordre*.

Comme ceci n'intéresse que nous, nous y attachons assez peu d'importance; mais il est d'autres rectifications qui nous tiennent beaucoup plus au cœur, parce qu'elles intéressent M. Chasles, à qui nous avons fait dire, en divers endroits, des choses qu'il n'avait pas dites et qui ne sont point parfaitement exactes.

D'abord, dans le XVIII.<sup>e</sup> volume, pag. 317, ce qui suit le 4.<sup>o</sup> doit être lu ainsi :

A ces principes on pourra joindre encore les suivans qui, au surplus, ne sont point nécessaires pour la première solution du problème et dont la seconde n'exige que l'application du dernier :

1.<sup>o</sup> *Le pôle d'une droite, par rapport à un point directeur, est ce point lui-même.*

2.<sup>o</sup> *La polaire d'un point, par rapport à un point directeur considéré comme conique infiniment petite, est le conjugué du diamètre qui contient l'autre point.*

3.<sup>o</sup> *La polaire d'un point, par rapport à une droite directrice, est une parallèle à cette droite située du côté opposé, à la même distance où en est le point.*

4.<sup>o</sup> *Le pôle d'une parallèle à une droite directrice est un quelconque des points d'une parallèle à cette même directrice située à la même distance du côté opposé.*

Dans le même mémoire, pag. 319, ligne 16, il faut remplacer la conjonction et par le pronom relatif qui.

Dans le dernier mémoire du XIX.<sup>e</sup> volume, pag. 66, le verbe couperont doit être remplacé par le verbe toucheront.

Le n.<sup>o</sup> 24, pag. 82, doit être lu comme il suit :

24. *Une surface directrice du second ordre et une autre surface du même ordre étant données dans l'espace ;*

*Si l'on conçoit un angle triè-*      *Si l'on conçoit un triangle va-*

*dre variable et mobile autour de son sommet, supposé fixe, tel que la polaire de chacune de ses arêtes soit constamment dans le plan de la face opposée ;*

*1.° Les points d'intersection des arêtes de l'angle trièdre, par la seconde surface, seront les sommets d'un octaèdre hexagone variable inscrit, lequel sera constamment circonscrit à une troisième surface fixe du second ordre.*

*2.° Les plans mobiles tangens à la fois aux courbes suivant lesquelles la seconde surface sera coupée par les trois faces de l'angle trièdre, seront les faces d'un autre octaèdre hexagone variable, constamment circonscrit à une quatrième surface fixe du second ordre.*

*Et, si le triangle et l'angle trièdre sont polaires réciproques l'un de l'autre, les deux octaèdres hexagones et les deux hexaèdres octogones seront aussi polaires réciproques les uns des autres, chacun à chacun.*

Le 2.° de la page 83 doit être lu de la manière suivante ;

*2.° Si, par un point fixe, on conduit trois plans mobiles, constamment parallèles à trois points diamétraux conjugués d'une surface fixe du second ordre, les plans tangens à la fois aux courbes suivant lesquelles ces trois plans couperont une deuxième surface fixe du second ordre, seront les faces d'un octaèdre hexa-*

*riable et mobile dans son plan ; supposé fixe, tel que la polaire de chacun de ses côtés passe constamment par le sommet opposé ;*

*1.° Les plans tangens menés à la seconde surface, par les côtés du triangle, seront les faces d'un hexaèdre octogone variable circonscrit, lequel sera constamment inscrit à une troisième surface fixe du second ordre.*

*2.° Les points mobiles d'intersection des surfaces coniques circonscrites à la seconde surface dont les sommets seront ceux du triangle, seront les sommets d'un hexaèdre octogone variable, constamment inscrit à une quatrième surface fixe du second ordre.*

*gone variable constamment circonscrit à une troisième surface fixe du second ordre.*

Enfin nous observerons que le dernier théorème du mémoire ( pag. 85 ) n'est autre que le théorème du n.º 17 ( pag. 78 ) reproduit sous une autre forme (\*).

---

(\*) Nous saisissons avec empressement cette occasion pour témoigner notre regret de ce que quelques personnes aient semblé prendre le change sur le sens de la note qui se trouve placée au bas de la pag. 309 de notre XVIII.º volume. Il est certes bien loin de notre pensée de vouloir disputer à M. Chasles la propriété de son beau théorème sur les projections stéréographiques, théorème dont il est en possession depuis plus de quatorze ans. Notre but était uniquement, en écrivant cette note, d'informer ceux de nos lecteurs qui pouvaient l'ignorer, que ce théorème est aujourd'hui bien connu et journellement appliqué par les géomètres allemands, soit que quelqu'un d'entre eux y soit aussi parvenu de son côté, soit, plus probablement, qu'ils en aient pris connaissance dans la *Correspondance sur l'Ecole polytechnique* et dans le *Traité des surfaces du second degré*, de M. Hachette; ouvrages qu'ils citent assez fréquemment.

Nous n'avons entendu parler, au surplus, que de la première partie du théorème, et non de la seconde, comme pourrait le faire croire la manière dont il a été rendu compte du mémoire dans le *Bulletin universel* ( juillet 1828, pag. 15 ).

---