ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

GERGONNE

Géométrie analytique. Note sur un article de la revue encyclopédique

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 19 (1828-1829), p. 220-223
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1828-1829__19__220_1>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1828-1829, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Note sur un article de la Revue encyclopédique;

Par M. Gergonne.

Dans le numéro de juillet 1828 de la *Revue encyclopédique*, pag. 233, M. Ferry, l'un des rédacteurs de cet intéressant recueil, a bien voulu ramener l'attention de ses lecteurs sur les *Annales de Mathématiques*, en rendant compte du numéro de mai 1828 de cette collection. Mais la manière dont s'explique M. Ferry sur un mémoire de M. Bobillier, contenu dans cette livraison, mémoire qu'il signale d'ailleurs comme fort remarquable, nous semble prouver que les idées mêmes les plus saines et les plus lumineuses ont besoin d'être souvent reproduites avant d'obtenir l'accueil auquel elles ont droit.

D'après les conventions admises dans la géométrie analytique, une équation de la forme

$$\varphi(x,y)=0$$

exprime tous les points d'un plan dont les coordonnées peuvent la résoudre ; et on sait que, généralement parlant, ces points sont ceux d'une certaine ligne continue, droite ou courbe. De là il résulte évidemment que le système de deux équations, telles que

$$\varphi(x,y)=0\ , \qquad \psi(x,y)=0\ ,$$

exprime des points isolés les uns des autres, lesquels sont ceux où se coupent les lignes que représentent ces deux équations prises séparément. Ces points sont en effet les seuls dont les coordonnées puissent satisfaire à ces deux équations à la fois.

Présentement, qu'exprimera l'équation

$$\varphi(x,y)\,\varphi'(x,y).\varphi''(x,y)\ldots\ldots=0\ ?$$

Évidemment elle exprimera la totalité des points du plan des axes dont les coordonnées réduiront son premier membre à zéro; or, comme ce premier membre est un produit de facteurs, il pourra devenir nul d'autant de manières qu'il a de facteurs; de sorte que les points dont il s'agit seront ceux des courbes données par les équations

$$\varphi(x,y)=0\ ,\quad \varphi'(x,y)=0\ ,\quad \varphi''(x,y)=0\ ,\ \ldots\ldots$$

Si ces principes doivent être admis, et nous ne voyons pas trop par quel côté ils pourraient être vulnérables, il faudra nécessairement admettre que l'équation

$$(ax+by+c)(a'x+b'y+c')=0 \qquad (1)$$

exprime le système de deux droites, tout comme l'équation

$$(ax+by+c)(a'x+b'y+c')(a''x+b''y+c'')=0 \qquad (2)$$

exprime le système de trois droites.

Or, comme un angle est complétement déterminé par ses deux côtés, et un triangle par les trois droites qui le terminent, il s'ensuit que l'on pourra fort bien dire que l'équation (1) exprime un angle et l'équation (2) un triangle, tout comme on dit que l'équation

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

exprime un cercle, bien qu'elle n'en exprime que la circonférence.

Si présentement on pose, pour abréger,

$$ax+by+c=A\ ,\quad a'x+b'y+c'=A'\ ,\quad a''x+b''y+c''=A''\ ;$$

on pourra dire alors que l'équation $A=0$ exprime une droite, que l'équation $AA'=0$ exprime un angle et qu'enfin l'équation $AA'A''=0$ exprime un triangle.

Or, il ressort manifestement de la contexture du mémoire cité de M. Bobillier que c'est là tout ce qu'il a prétendu dire, et nous ne pouvons comprendre comment M. Ferry a pu se demander si la métaphysique de l'auteur ne pourrait pas *être contestée*, et dire que l'entrée de la nouvelle route que s'est frayée M. Bobillier aurait besoin d'être *plus éclairée*.

Sans doute, la combinaison des équations de trois droites ne donne pas et ne saurait donner tous les points, ni même aucun des points de l'intérieur du triangle qu'elles terminent, pas plus que l'équation d'un cercle ne donne des points de l'intérieur de ce cercle; mais tout prouve, dans l'écrit de M. Bobillier, que ce n'est point non plus de la sorte qu'il l'a entendu. Ce n'est pas, au surplus, que l'analyse se refuse à exprimer des espaces limités, mais c'est alors à des inégalités qu'elle a recours, et c'est ainsi, par exemple, que l'inégalité

$$(x-a)^2+(y-b)^2<r^2$$

exprime tous les points et les seuls points de l'intérieur d'un cercle dont le centre est en (a,b) et dont le rayon est r; et c'est même là le fondement de cette nouvelle branche d'analyse que M. Fourier a désignée sous le nom de *Calcul des inégalités.*

Si M. Ferry est curieux de ces sortes de spéculations, il pourra consulter un article de la pag. 134 de notre XVII.^{me} volume, qui le renverra à plusieurs autres où on prouve que toute ligne, toute surface ou tout volume d'une étendue limitée peut être exprimée par un plus ou moins grand nombre d'équations et d'inégalités, dont l'ensemble exprime non seulement les limites de ces lignes, de ces surfaces et de ces volumes, mais encore tous les points et les seuls points compris entre elles, et cela sans qu'on soit le moins du monde fondé à en prendre texte pour dire que la métaphysique, que nous n'aimons pas plus d'ailleurs que M. Ferry, *porte son obscurité jusque dans les mathématiques, où il semble qu'elle ait entrepris d'éteindre le flambeau de l'évidence, lors même qu'elle n'égare pas.* Mais, encore un coup, ce n'est point du tout de cela qu'il est question dans le mémoire de M. Bobillier.