
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

Géométrie appliquée. Note sur la théorie analytique du moiré

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 19 (1828-1829), p. 371-374

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1828-1829__19__371_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1828-1829, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

GÉOMÉTRIE APPLIQUÉE.

Note sur la théorie analytique du moiré ;

Par un ABONNÉ.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

SOIENT deux systèmes de lignes droites ou courbes , non consécutives , situées dans chaque système sur une surface plane ou courbe où elles se succèdent , non consécutivement , suivant une loi mathématique quelconque.

Imaginons ces deux systèmes de lignes placés , dans un situation quelconque , entre l'œil et un plan de projection , ils s'y projeteront suivant deux systèmes de droites ou de courbes planes , se succédant également les unes aux autres , non consécutivement , dans chaque système , suivant une loi mathématique déterminée.

Les lignes de chaque système croiseront , en général , les lignes de l'autre système , et les points où le croisement aura lieu appartiendront à un troisième système de courbes formant , ce qu'on

appelle, un *moiré*, parce qu'on cherche à les imiter par la pression d'un cylindre, dans l'étoffe de soie appelée *moire*.

Or, les deux systèmes étant donnés de nature et de situation dans l'espace, ainsi que le plan de projection, on peut, pour une situation donnée de l'œil, demander quelles seront, sur ce plan, les courbes du moiré.

Ne nous proposant ici que de donner seulement une idée de la manière dont on peut attaquer ces sortes de problèmes, nous supposerons que les deux systèmes sont composés de droites parallèles équidistantes, situées dans des plans non parallèles.

Par l'œil, concevons trois droites, la première, que nous prendrons pour axe des z , parallèle à la commune section des plans des deux systèmes, et les deux autres que nous prendrons pour axes des x et des y , respectivement parallèles aux droites de ces deux systèmes. Il est aisé de voir qu'alors les deux couples d'équations

$$(1) \quad \begin{cases} x=a, \\ z=d+mg, \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} y=b, \\ z=e+n\bar{h}, \end{cases}$$

dans lesquels m et n sont supposés des nombres entiers variables; positifs ou négatifs, pourront représenter respectivement les droites des deux systèmes.

Pour des valeurs déterminées quelconques de m et n , ces équations ne représentent que deux droites seulement, que nous considérerons comme correspondantes dans les deux systèmes; le rayon visuel qui passera à la fois par ces deux droites, ira percer le plan de projection au point où se croiseront leurs projections sur ce plan.

Soient prises pour les équations de ce rayon

$$x=Az, \quad y=Bz; \quad (3)$$

A et B étant deux coefficients qu'il s'agira de déterminer. Il faudra

exprimer, pour cela, que les quatre équations (1) et (3), ainsi que les quatre équations (2) et (3) ont lieu à la fois. Éliminant donc tour à tour x, y, z , d'abord entre les unes, puis entre les autres, il viendra

$$A(d+mg)=a, \quad B(e+nh)=b; \quad (4)$$

tirant de là les valeurs de A et B , pour les substituer dans les équations (3), on aura, pour les équations générales du rayon visuel qui passe par deux droites correspondantes des deux systèmes, et va percer le plan de projection au point où se croisent les projections de ces droites sur ce plan,

$$(d+mg)x=az, \quad (e+nh)y=bz; \quad (5)$$

On en déduirait les équations de tous les rayons visuels, passant par les autres droites correspondantes des deux systèmes, en y mettant successivement tous les nombres de la suite naturelle, positifs et négatifs, tant pour m que pour n , de sorte que, pour chacun, on aurait toujours

$$m=n. \quad (6)$$

Si donc des équations (5) on tire les valeurs de m et n , pour les substituer dans cette dernière, l'équation résultante en x, y, z sera celle d'une surface conique, lieu de tous ces rayons. Or, les équations (5) donnent

$$m = \frac{az-dx}{gx}, \quad n = \frac{bz-ey}{hy},$$

l'équation cherchée sera donc

$$\frac{az-dx}{gx} = \frac{bz-ey}{hy},$$

ou bien

$$hy(az-dx)=gx(bz-ey) ,$$

équation d'une surface conique du second ordre, passant par les trois axes des coordonnées.

Il est aisé de conclure de là que, dans le cas particulier qui nous occupe, *les courbes du moiré sont des sections coniques, passant toutes par les trois points où leur plan est percé par les parallèles conduites par l'œil à l'intersection des plans des deux systèmes de droites et à ces droites elles-mêmes.*

Il ne faut pas perdre de vue que cette conclusion suppose essentiellement que les lignes dont il s'agit sont rigoureusement droites, rigoureusement parallèles, rigoureusement équidistantes, et que les deux surfaces qui les contiennent sont rigoureusement planes et immobiles. C'est parce qu'il est extrêmement difficile, dans la pratique, de satisfaire exactement à toutes ces conditions que, même dans les cas les plus simples, les courbes du moiré présentent une si grande variété de formes.
