
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

BOBILLIER

LENTHÉRIC

**Solution d'un problème de géométrie énoncé à la pag.
87 du précédent volume**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 20 (1829-1830), p. 34-36

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1829-1830__20__34_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1829-1830, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

*Solution d'un problème de géométrie énoncé à
la pag. 87 du précédent volume ;*

Par MM. BOBILLIER et LENTHÉRIC.

~~~~~

**PROBLÈME.** *Quel est le lieu des centres communs de gravité  
de tous les systèmes de rayons vecteurs d'une même ellipse ?*

*Solution.* Si l'on représente respectivement par  $a$ ,  $b$ ,  $c$  le demi-grand axe, le demi-petit axe et l'excentricité de la courbe, en prenant son grand axe pour l'axe des  $x$  et son petit axe pour celui des  $y$ , son équation sera

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2, \quad (1)$$

et l'on aura

$$a^2 = b^2 + c^2. \quad (2)$$

Si l'on représente respectivement par  $r$  et  $r'$  les rayons vecteurs du point  $(x, y)$  qui répondent aux deux foyers, on trouvera aisément

$$r = a - \frac{cx}{a}, \quad r' = a + \frac{cx}{a};$$

les coordonnées des centres de gravité respectifs de ces deux droites, c'est-à-dire, de leurs milieux, seront d'ailleurs

$$\frac{x+c}{2}, \frac{y}{2} ; \quad \frac{x-c}{2}, \frac{y}{2} ;$$

on aura donc, en prenant tour à tour l'axe des  $x$  et celui des  $y$  pour axes des momens, et en désignant par  $(x', y')$  le centre commun de gravité de ces deux rayons vecteurs

$$\left(a - \frac{cx}{a}\right) \frac{x+c}{2} + \left(a + \frac{cx}{a}\right) \frac{x-c}{2} = 2ax' ;$$

$$\left(a - \frac{cx}{a}\right) \frac{y}{2} + \left(a + \frac{cx}{a}\right) \frac{y}{2} = 2ay' ;$$

ou, en développant et réduisant,

$$ax - \frac{cx^2}{a} = 2ax', \quad ay = 2ay' ;$$

d'où on tirera

$$x = \frac{2a^2x'}{a^2 - c^2} = \frac{2a^2x'}{b^2}, \quad y = 2y' ;$$

substituant ces valeurs dans l'équation (1), on aura, pour l'équation du lieu cherché.

$$\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{a}\right)^2 x'^2 + \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{a}\right)^2 y'^2 = \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{a}\right)^2 ; \quad (3)$$

ce lieu est donc une autre ellipse, concentrique à la première, ayant ses axes dans les mêmes directions que les siens ; cette ellipse est semblable à l'autre, mais elle est tournée en sens inverse, et ses dimensions sont moitié moindres.

Si l'on veut résoudre le problème analogue pour l'hyperbole, il suffira de changer  $b$  en  $b\sqrt{-1}$ , ce qui conduira aux mêmes con-

clusions, si ce n'est que l'hyperbole, lieu des centres de gravité, ne pourra être dite semblable à la proposée, puisque les axes proportionnels ne seront point de même dénomination. Il faudra d'ailleurs admettre que la pesanteur agit de bas en haut sur l'un des deux rayons vecteurs.

---