

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

L. E. J. BROUWER

Sur les continus irréductibles de M. Zoretti

Annales scientifiques de l'É.N.S. 3^e série, tome 27 (1910), p. 565-566

http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1910_3_27__565_0

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1910, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES
CONTINUS IRRÉDUCTIBLES DE M. ZORETTI,

PAR M. L.-E.-J. BROUWER.

Dans son étude sur la *Notion de la ligne*, insérée dans le Tome XXV (3^e série) de ce Journal (p. 485-497), M. Zoretti définit comme *ensemble continu* un ensemble parfait bien enchainé et appelle *continu irréductible entre a et b* un ensemble continu contenant *a* et *b*, mais ne possédant pas de portion continue qui contienne *a* et *b*. Se proposant alors de prouver qu'il y a à peu près identité entre les notions de ligne simple de M. Jordan et de continu irréductible, M. Zoretti s'appuie sur le lemme suivant :

(p. 489). *Soient C un continu irréductible entre a et b, c un point quelconque de C; il est possible et d'une seule manière de décomposer C en deux continus ayant c pour seul point commun.*

Pour se convaincre que ce lemme est faux, il suffit de considérer, de la courbe $y = \sin \frac{1}{x}$, la portion comprise entre $x = 0$ et $x = 1$ complétée par ses points limites, et de choisir pour *a*, *b* et *c* respectivement les points (0,1), (1,0) et (0,0).

Aussi la structure générale du continu irréductible est loin d'être aussi simple que ne le ferait croire l'étude de M. Zoretti. Pour bien mettre cela en évidence, examinons encore deux autres théorèmes qui y sont énoncés :

1^o (p. 495). *La frontière extérieure d'un domaine peut se décomposer en deux continus ayant seulement deux points communs.*

L'inexactitude de ce théorème est démontré par l'existence des *geschlossene Kurven, welche sich nicht in zwei eigentliche Kurvenbogen zerlegen lassen*, que j'ai étudiées dans ma Note *Zur Analysis Situs* (*Mathem. Annalen*, Bd. LXVIII, p. 422-434).

2° (p. 496). *L'ensemble des points qui n'appartiennent pas à un continu irréductible donné est un continuum.*

Pour montrer la fausseté de ce théorème, considérons deux spirales ayant un même cercle limite et ne se rencontrant pas. Soient a un point de l'une des deux, b un point de l'autre, et laissons de côté les parties des spirales qui sont situées au delà de a et de b respectivement. Alors les parties restantes complétées par le cercle limite forment un continu irréductible entre a et b ne jouissant pas de la propriété énoncée par M. Zoretti.

Amsterdam, 5 juin 1910.