SALVATORE CHERUBINO

Precisazione e rettifica di alcune osservazioni sulla teoria delle matrici infinite

Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze 3e série, tome 7, nº 3-4 (1953), p. 217-218
<http://www.numdam.org/item?id=ASNSP_1953_3_7_3-4_217_0>

PRECISAZIONE E RETTIFICA DI ALCUNE OSSERVAZIONI SULLA TEORIA DELLE MATRICI INFINITE

DI SALVATORE CHERUBINO (Pisa)

Con queste righe mi permetto segnalare e correggere alcune inesattezze contenute nella mia Nota « *Sulle matrici infinite* » apparsa nella serie III, vol. IV, fasc. 1 (1949) di questi *Annali*. Nota alla quale fece seguito l'altra : « *Matrici e sistemi lineari infiniti* », serie III, vol. VI (1902), che ne precisò soltanto una.

Il lettore è in primo luogo pregato di tener presente che la proposizione c) con la quale si chiude il § 4 (pag. 153) va enunciata come appresso :

c) *gli elementi principali di A restano invariati* (nel processo di diagonalizzazione esposto) *allora e solo che A è già diagonale.*

Questo, del resto, è il senso esplicito delle tre righe di dimostrazione che precedono l'enunciato.

Se per determinante di una matrice infinita si definisce il limite, quando esiste, della successione dei determinanti dei minori principali contenuti nelle prime n righe, per $n = 1, 2, \dots, \infty$, non si può, in generale, affermare che il determinante di un prodotto è eguale al prodotto dei determinanti dei fattori. Così, ad es., le due matrici (reali e fra loro trasposte):

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ . & . & . & . & \\ . & . & . & . & \\ . & . & . & . & \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ . & . & . & . & \\ . & . & . & . & \\ . & . & . & . & \end{bmatrix} = A_{-1} = \bar{A}_{-1}$$

hanno entrambe determinante zero, eguale a quello del prodotto

$$B\,A = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & I \end{array}\right],$$

mentre il determinante del prodotto $A\,B = I$ è eguale ad 1.

Gli enunciati *a*) e *b*) del n. 20 (pag. 157), primo del § 6, valgono (bastano lievi ed evidenti modificazioni) per il modulo del determinante, quando esiste, della norma destra o sinistra di A. La proposizione *c*), coi suoi corollari *d*) ed *e*) è invece da sopprimere.

La proposizione *a*) del successivo n. 21 va riferita anch'essa al determinante, quando esiste, di una (qualunque) delle due norme di A il cui modulo non supererà $\lim_{n\to\infty} M_A^{2n}$ (con esponente $2n$ anzichè n). Pure la *b*) va riferita al determinante, quando esiste, di una norma di A. Le righe che seguono quest'ultimo enunciato vanno soppresse.

Per la stessa ragione, nel n. 16, § 4 (pag. 314) della seconda delle Note sopra indicate va cancellato l'ultimo membro della (4.10) ed il relativo enunciato in corsivo. Non è forse inopportuno rilevare che il determinante della matrice bi-infinita

$$Q = \left[\begin{array}{c|c} 0 & A \\ \hline -B & I \end{array}\right]$$

si può definire come limite della successione dei determinanti delle matrici uni-infinite

$$Q_n = \left[\begin{array}{c|c} 0 & A_n \\ \hline -B^{(n)} & I \end{array}\right], \quad n = 1, 2, \ldots, \infty$$

in cui A_n è la matrice delle prime n righe di A e $B^{(n)}$ quella delle prime n colonne di B. Se esiste $A\,B$ col suo determinante si ottiene

$$\text{det. } (A\,B) = \text{det. } Q,$$

cioè lo stesso risultato che si ha con la matrice P del n. 16 predetto, nel quale la definizione di determinante di una matrice bi-infinita è alquanto diversa. Sostituire la (4. 9) con la Q ha il vantaggio di evitare lo scambio dei quadranti di sinistra con quelli di destra, che può forse mettere in imbarazzo.

I nn. 17-18 e 19 del § 5 (pagg. 155-157) della prima Nota erano già stati sostituiti o chiariti con la seconda.