BULLETIN DE LA S. M. F.

E. LEMOINE

Sur une question de probabilités

Bulletin de la S. M. F., tome 1 (1872-1873), p. 39-40
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1872-1873__1__39_1>

Sur une question de probabilités; par M. E. Lemoine.

(Séance du 8 janvier 1873)

Une tige se brise en trois morceaux; quelle est la probabilité pour que, avec ces trois morceaux, on puisse former un triangle?

Divisons la tige en $2m$ parties égales, et supposons que les trois morceaux contiennent respectivement x, y et z de ces parties; nous aurons

$$(1) \qquad x + y + z = 2m.$$

Pour que le triangle soit possible, il faut qu'on ait

$$x \leqslant y + z, \quad y \leqslant z + x, \quad z \leqslant x + y.$$

Éliminant z à l'aide de l'équation (1), ces inégalités deviennent

$$x \leqslant m, \quad y \leqslant m, \quad x + y > m.$$

Cherchons le nombre des cas favorables :

$x = 0$ permet pour y la valeur m,
$x = 1$ permet pour y les valeurs m, $m - 1$,
. . . . ,
$x = m$ permet pour y les valeurs m, $m - 1$, $m - 2$, ..., 0.

Il y a donc en tout $1 + 2 + 3 + \ldots + (m + 1) = \dfrac{(m + 1)(m + 2)}{2}$ cas favorables.

Cherchons le nombre des cas possibles :

$x = 0$ permet pour y les valeurs $2m$, $2m-1$, ..., 2, 1, 0,
$x = 1$ permet pour y les valeurs $2m-1$, ..., 2, 1, 0,
. . . . ,
$x = 2m$ permet pour y la valeur 0.

Il y a donc en tout $1+2+3+\ldots+(2m+1) = \frac{(2m+1)(2m+2)}{2}$ cas possibles.

Le rapport du nombre des cas favorables au nombres des cas possibles est $\frac{(m+1)(m+2)}{(2m+1)(2m+2)} = \frac{m+2}{2(2m+1)}$, qui, pour $m = \infty$, donne $\frac{1}{4}$.

Ainsi, *la probabilité cherchée est* $\frac{1}{4}$.