

# BULLETIN DE LA S. M. F.

H. SCHUBERT

**Réponse aux observations de M. Halphén sur  
la théorie des caractéristiques**

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 8 (1880), p. 60-61

[http://www.numdam.org/item?id=BSMF\\_1880\\_\\_8\\_\\_60\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1880__8__60_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1880, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

*Réponse aux observations de M. HALPHEN sur la théorie  
des caractéristiques* (1); par M. SCHUBERT.

(Séance du 16 janvier 1880.)

La formule (3) (2), dont mon savant contradicteur veut prouver l'inexactitude par son premier exemple, n'est établie que pour déterminer par une certaine élimination les coefficients de la formule (4) résultant de l'équation principale (1). La formule (4), qui suit la formule (3) immédiatement, s'écrit ainsi, pour la valeur  $n = 3$  :

$$x = g' \cdot gp_{123}^3 + p'_1 \cdot Gp_{23} + p'_2 \cdot Gp_{31} + p'_3 \cdot Gp_{12}.$$

Les symboles de cette formule, déjà définis dans le § 34 et introduits dans le § 42, font voir clairement que l'emploi fait par M. Halphen est *exclu* par le contexte de mon Livre, car il y a  $\infty^1$  droites qui, assujetties à la condition  $\Sigma$ , satisfont à la condition  $gp_{123}^3$ , condition supposée *sextuple* par la formule, mais *quintuple* par l'emploi. Ainsi la formule (4) ne s'interprète pas même à l'exemple de M. Halphen. En voici l'origine. Si deux de quatre points harmoniques coïncident, l'un des deux autres points est perpétuellement obligé d'être infiniment voisin du point de coïncidence. Mais, dans mon Livre, j'ai toujours supposé qu'un système de  $\infty^i$  droites  $g$ , possédant trois points  $p_1, p_2, p_3$ , contienne  $\infty^{i-1}$  droites  $g$  caractérisées par la réunion de *deux* de ces points, et qu'un tel système ne contienne que  $\infty^{i-2}$  droites  $g$  caractérisées par la réunion de tous les *trois* points. C'est pourquoi les formules des §§ 34 et 42 ne peuvent se rapporter ni aux cas où un système de  $\infty^i$  figures  $\Gamma$  contient la dégénérescence constituée par la réunion de plus de deux points, ni aux cas analogues. Je vois maintenant qu'il aurait été *utile* d'ajouter cette restriction à la *formule* (3) *expressément*, parce que cette formule, ayant encore des coefficients indéterminés, ne fait pas connaître les cas exclus par elle-même.

(1) *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. VIII, p. 31.

(2) Voir *Kalkül der abzählenden Geometrie*, p. 308.

M. Halphen, en appliquant la formule (3) à son exemple, n'a pas déterminé les coefficients par les symboles de la formule (4), mais par un autre procédé. Ainsi il n'est pas conduit au résultat absurde fourni par la formule (4), mais à un nombre fini. L'emploi n'étant pas permis, il est indifférent si ce nombre est correct ou incorrect. Aussi M. Halphen aurait employé un théorème qui ne résulte nullement des déductions de mon Livre, s'il avait trouvé peut-être un nombre correct.

Une réponse analogue se donne au second exemple de M. Halphen.

---