H. SCHUBERT

Réponse aux observations de M. Halphén sur la théorie des caractéristiques

Bulletin de la S. M. F., tome 8 (1880), p. 60-61
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1880__8__60_0>

Réponse aux observations de M. Halphen *sur la théorie des caractéristiques* (¹); par M. Schubert.

(Séance du 16 janvier 1880.)

La formule (3) (²), dont mon savant contradicteur veut prouver l'inexactitude par son premier exemple, n'est établie que pour déterminer par une certaine élimination les coefficients de la formule (4) résultant de l'équation principale (1). La formule (4), qui suit la formule (3) immédiatement, s'écrit ainsi, pour la valeur $n = 3$:

$$x = g'.gp_{123}^3 + p'_1.Gp_{23} + p'_2.Gp_{31} + p'_3.Gp_{12}.$$

Les symboles de cette formule, déjà définis dans le § 34 et introduits dans le § 42, font voir clairement que l'emploi fait par M. Halphen est *exclu* par le contexte de mon Livre, car il y a ∞^1 droites qui, assujetties à la condition Σ, satisfont à la condition gp_{123}^3, condition supposée *sextuple* par la formule, mais *quintuple* par l'emploi. Ainsi la formule (4) ne s'interprète pas même à l'exemple de M. Halphen. En voici l'origine. Si deux de quatre points harmoniques coïncident, l'un des deux autres points est perpétuellement obligé d'être infiniment voisin du point de coïncidence. Mais, dans mon Livre, j'ai toujours supposé qu'un système de ∞^i droites g, possédant trois points p_1, p_2, p_3, contienne ∞^{i-1} droites g caractérisées par la réunion de *deux* de ces points, et qu'un tel système ne contienne que ∞^{i-2} droites g caractérisées par la réunion de tous les *trois* points. C'est pourquoi les formules des §§ 34 et 42 ne peuvent se rapporter ni aux cas où un système de ∞^1 figures Γ contient la dégénérescence constituée par la réunion de plus de deux points, ni aux cas analogues. Je vois maintenant qu'il aurait été *utile* d'ajouter cette restriction à la *formule* (3) *expressément*, parce que cette formule, ayant encore des coefficients indéterminés, ne fait pas connaître les cas exclus par elle-même.

(¹) *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. VIII, p. 31.

(²) Voir *Kalkül der abzählenden Geometrie*, p. 308.

M. Halphen, en appliquant la formule (3) à son exemple, n'a pas déterminé les coefficients par les symboles de la formule (4), mais par un autre procédé. Ainsi il n'est pas conduit au résultat absurde fourni par la formule (4), mais à un nombre fini. L'emploi n'étant pas permis, il est indifférent si ce nombre est correct ou incorrect. Aussi M. Halphen aurait employé un théorème qui ne résulte nullement des déductions de mon Livre, s'il avait trouvé peut-être un nombre correct.

Une réponse analogue se donne au second exemple de M. Halphen.