BULLETIN DE LA S. M. F.

E. COLLIGNON

Une méthode graphique de quadrature

Bulletin de la S. M. F., tome 15 (1887), p. 145-146
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1887__15__145_0>

© Bulletin de la S. M. F., 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/legal.php). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Une méthode graphique de quadrature;
par M. Ed. Collignon ([1]).

(Séance du 6 avril 1887.)

L'aire d'une courbe, $\int_b^a y\,dx$, peut être regardée comme exprimant la somme des moments, pris par rapport à l'axe des abscisses, d'éléments de masse dx parallèles à cet axe et éloignés à la distance y. Cette considération conduit à appliquer à l'évaluation des aires le procédé connu de construction du centre de gravité d'un système de points : on détermine ainsi l'ordonnée moyenne

$$y_1 = \frac{\int_a^b y\,dx}{b-a},$$

qui, multipliée par la base totale $b - a$, fait connaître l'aire cherchée.

S'il s'agit, par exemple, de trouver la somme des surfaces d'une série de trapèzes juxtaposés, I, II, III, ..., dont les bases occupent des tronçons contigus sur l'axe des abscisses, on prendra les milieux 1, 2, 3, ... des côtés supérieurs de ces trapèzes, dans l'ordre où ils se succèdent; on joindra les points 1 et 2 par une droite qui coupe en un point α l'ordonnée commune aux deux trapèzes I et II; on retournera bout pour bout la droite 12; le point α vient tomber, par suite de ce retournement, en un point (12), dont l'ordonnée, multipliée par la somme des bases des trapèzes I et II, donnera la somme des deux surfaces. L'opération, répétée autant de fois qu'il sera nécessaire, en joignant les points (12) et 3, puis (123) et 4, etc., fera connaître successivement les points (123), (1234), ..., dont les ordonnées, multipliées respectivement par la somme des bases correspondantes, donneront les aires cumulées des trois premiers trapèzes, des quatre premiers, etc.

Dans certains cas on est conduit à admettre des aires nulles ou négatives; la méthode est générale, pourvu qu'on tienne compte

([1]) Voir *Annales des Ponts et Chaussées*, janvier 1887.

des signes. Les aires nulles servent, soit à changer la base de la ligne, pour simplifier l'évaluation définitive de l'aire, soit à rattacher l'une à l'autre deux aires non contiguës, aboutissant toutes deux à l'axe des abscisses.

L'évaluation des aires fermées, telles que les profils en travers, la recherche du rayon moyen de la section transversale d'un canal, la détermination de la moyenne d'un certain nombre de quantités, sans passer par le total de ces quantités, s'effectuent très aisément par l'emploi de la méthode. Le tracé d'une ligne droite de compensation à travers un profil accidenté se ramène immédiatement aux mêmes principes.

Appliquée à la quadrature des courbes, la méthode réduit à une construction graphique très simple l'emploi de la règle de Thomas Simpson. La vérification en a été faite sur la parabole, la cycloïde, l'hyperbole équilatère, etc.

Appliquée à diverses figures géométriques, elle conduit à des théorèmes qu'il serait peut-être assez difficile de démontrer directement.

On en a fait usage pour déduire la courbe de la vie moyenne de la courbe de mortalité.

En résumé, la méthode graphique que nous venons d'exposer nous paraît simple et rapide. Elle a, croyons-nous, toute l'exactitude qu'on peut attendre des constructions géométriques, tout en n'exigeant que l'emploi des instruments les plus élémentaires.