

# BULLETIN DE LA S. M. F.

V. SCHLEGEL

## **Sur une méthode pour représenter dans le plan les cubes magiques à $n$ dimensions**

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 20 (1892), p. 97-103

[http://www.numdam.org/item?id=BSMF\\_1892\\_\\_20\\_\\_97\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1892__20__97_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1892, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

*Sur une méthode pour représenter dans le plan les cubes magiques à  $n$  dimensions; par M. SCHLEGEL.*

1. Pour fixer la notion d'un *cube magique à  $n$  dimensions* il faut d'abord se rappeler que le segment de droite, le carré et le cube peuvent être regardés comme les premiers termes d'une série de figures que l'on peut poursuivre dans l'espace à  $n$  dimensions (<sup>1</sup>).

Le terme général de cette série, c'est-à-dire une figure régulière à  $n$  dimensions et à  $2^n$  sommets est ce que nous appelons le *cube à  $n$  dimensions*.

Représentons-nous un système formé de  $r - 1$  espaces à  $n - 1$  dimensions, équidistants et parallèles entre eux. Alors un cube à  $n$  dimensions peut être décomposé, au moyen de  $n$  systèmes pareils, normaux l'un à l'autre, en  $r^n$  cubes congrus (cellules).

Ainsi l'on trouve, pour  $n = 2$  et  $r = 5$ , que le carré est décomposé en 25 carrés par 2 systèmes de 4 droites; ou, en posant  $n = 3$ ,  $r = 5$ , le cube décomposé en 125 cubes par 3 systèmes de 4 plans. Remarquons aussi que la figure peut être regardée, de  $n$  manières différentes, comme agrégat de  $r^{n-1}$  séries linéaires de  $r$  cellules.

Imaginons encore qu'on ait distribué, aux  $r^n$  cellules, les nombres entiers de 1 à  $r^n$ , de sorte que toute série linéaire de nombres, dans toutes les  $n$  directions, donne la même somme  $s$ ; alors cet agrégat de nombres est ce que nous appelons un *cube magique à  $n$  dimensions et de l'ordre  $r$* .

On aura

$$(1) \quad s = \frac{(1 + r^n)r^n}{2} ; r^{n-1} = \frac{(1 + r^n)r}{2}.$$

Si, en outre, chacune des  $2^{n-1}$  séries diagonales donne la somme  $s$ , nous dirons que le cube magique est *parfait*.

Avant de traiter le problème mentionné dans le titre de ce Mémoire, nous donnons préalablement quelques autres remarques sur les cubes magiques.

Si  $r$  est un nombre impair, on peut augmenter la perfection du cube magique, en ajoutant la condition que les séries joignant

---

(<sup>1</sup>) Voir par exemple mon Mémoire : *Quelques théorèmes de Géométrie à  $n$  dimensions* (Bull. Soc. math. de France, t. X, p. 172).

les milieux de deux figures limitantes opposées (arêtes, faces, solides, etc.) donnent la même somme  $s$ . Or le nombre des figures à  $p$  dimensions limitant un cube à  $n$  dimensions est

$$(2) \quad 2^{(n-p)} n \cdot p,$$

où

$$(3) \quad n \cdot p = \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{1 \cdot 2 \dots p}.$$

Donc le nombre des séries joignant les milieux de deux figures opposées est

$$(4) \quad 2^{n-p-1} n \cdot p.$$

Et comme il y a  $n - 1$  espèces de figures limitantes, diverses par le nombre de leurs dimensions, il faudra prendre dans l'expression (4) pour  $p$  toutes les valeurs de 1 à  $n - 1$ , pour obtenir le nombre entier des conditions particulières comprises en la condition susdite. (En posant  $p = 0$  on retrouverait le nombre des séries diagonales.) Ainsi, en posant pour le cube ordinaire  $n = 3$ , on trouve que le nombre des séries joignant les milieux des arêtes ( $p = 1$ ) est 6, et que le même nombre relatif aux faces ( $p = 2$ ) est 3.

Mais l'ensemble de ces conditions (que nous appelons *conditions primaires*) ne suffit pas encore pour restreindre le nombre des cubes magiques, qui les remplissent, à un seul. Donc on peut encore ajouter des conditions que nous appelons *secondaires*. Ainsi, pour  $n = 2$ , on peut ajouter la condition connue que l'on passe d'un nombre au suivant par le saut du cavalier.

Enfin remarquons que tout nombre compris dans un cube magique à  $n$  dimensions est situé également dans  $n$  séries linéaires,  $n \cdot 2$  carrés,  $n \cdot 3$  cubes ordinaires, enfin en  $n \cdot s$  cubes à  $s$  dimensions.

2. Pour représenter dans le plan le cube magique à  $n$  dimensions, nous remplaçons chacune des  $r^n$  cellules à  $n$  dimensions, faisant partie du cube, par un petit carré (*élément*) qui renferme le nombre appartenant à la cellule. Alors on obtient sans difficulté les représentations suivantes (pour  $r = 3$ ) :

1° Le cube à 0 dimensions est l'élément lui-même, représenté par un simple carré (fig. 1).

2° Le cube à 1 dimension fait partie de la série des nombres entiers commençant par 1 et est représenté par une bande composée de  $r$  carrés (fig. 2).

3° Le cube à 2 dimensions (le carré proprement dit) est représenté par  $r$  bandes de l'espèce précédente (fig. 3).

4° Le cube à 3 dimensions (le cube ordinaire). — Pour le représenter dans le plan nous l'imaginons décomposé en  $r$  carrés de l'espèce précédente. Ces carrés, placés l'un après l'autre, forment une bande qui est l'exacte image du cube (fig. 4).

5° Tout de même le cube à 4 dimensions est décomposé en  $r$  cubes à 3 dimensions. Donc il est représenté par un carré composé de  $r$  bandes de l'espèce précédente.

Fig. 1. Fig. 2.

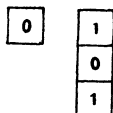


Fig. 3.

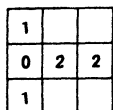


Fig. 4.

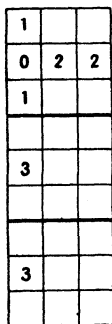
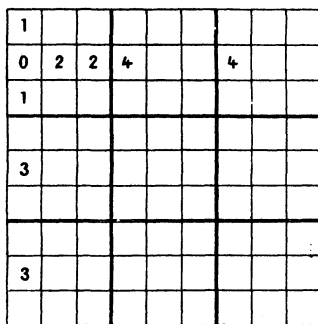


Fig. 5.



On voit bien que cette méthode de représentation est susceptible d'être généralisée à volonté. Donc un cube magique à  $n$  dimensions est représenté par une bande, si  $n$  est impair, et par un carré, si  $n$  est pair. Alors la bande est composée de  $r$  carrés, et le carré de  $r$  bandes, et chacune de ces figures représente un cube à  $(n - 1)$  dimensions, et ainsi de suite.

Il ne faut pas oublier que la décomposition d'un cube à  $n$  dimensions en cubes à  $(n - 1)$  dimensions, impossible à l'égard de Géométrie, ne regarde ici qu'un ensemble de nombres, arrangé en forme de cube, arrangement qui donne bien lieu à la décomposition mentionnée. Aussi il importe peu d'imaginer que les nombres du cube magique à  $n$  dimensions soient renfermés en carrés plans au lieu de cellules à  $n$  dimensions.

Quant à l'image plane, chacun des petits carrés est situé dans  $n$  séries (ou bandes) rectilignes. Mais, tandis que dans le cube ces séries sont perpendiculaires l'une à l'autre, il faut les chercher dans l'image plane à l'aide des figures que nous venons de décrire. Ainsi on trouve que les groupes  $(0, 1, 1)$ ,  $(0, 2, 2)$ ,

(0, 3, 3), (0, 4, 4) forment des séries rectilignes de petits carrés. On voit cela immédiatement dans les *fig.* 2 et 3. Quant aux *fig.* 4 et 5, il faut imaginer une superposition de carrés plus grands qui sont composés de 9 cellules et séparés l'un de l'autre par une double ligne. Alors on voit que les cellules (0, 3, 3) ou (0, 4, 4) sont de même superposées l'une à l'autre et forment une série rectiligne. On peut choisir à volonté une autre cellule que (0) et l'on trouvera aisément les séries qui la renferment. On voit aussi que généralement l'image plane d'un cube à  $n + 1$  dimensions, en comparaison de celui à  $n$  dimensions, contient une direction de plus, de sorte que cette image suffit complètement pour manifester l'égalité des sommes formées par les nombres de chaque série du cube magique. De même on ne rencontrera pas de difficultés à suivre les directions diagonales ou les autres directions qu'il faut prendre en considération dans le cube magique parfait de l'ordre impair.

Enfin il faut remarquer les deux théorèmes évidents :

1° *Toute image plane d'un cube magique à  $n$  dimensions et de l'ordre  $r$ , formée par un carré, représente également un cube magique à  $2s$  dimensions et de l'ordre  $r^{\frac{n}{2}+1-s}$ , où  $2s < n$ .*

2° *Toute image plane d'un cube magique à  $n$  dimensions et de l'ordre  $r$ , formée par une bande, représente également un cube magique à  $(2s + 1)$  dimensions et de l'ordre  $r^{\frac{n+1}{2}-s}$ , où  $2s + 1 < n$ .*

3. *Exemple.* — La méthode qui nous a servi à calculer l'exemple suivant (1) sera publié dans un Mémoire qui suivra. Elle est différente des méthodes employées par d'autres géomètres (Sauveur, Hugel, Scheffler) pour obtenir des cubes magiques à trois dimensions. Elle donne généralement la solution de ce problème : *Étant donné un cube magique à  $n$  dimensions et de l'ordre  $r$ , trouver à son aide un cube magique à  $n + 1$  dimensions et de l'ordre  $r$ .*

---

(1) Une série d'autres exemples, embrassant les cas :  $n = 3$  et  $r = 3$  à 9,  $n = 4$  et  $r = 4$  à 6,  $n = 5$  et  $r = 3$ , est représentée par des Tableaux trop étendus pour être publiés ici.

Dans la résolution de ce problème il faut distinguer les cas :  
 $r = 2\lambda + 1$ ,  $r = 4\lambda + 2$ ,  $r = 4\lambda$ .

L'exemple suivant offre un cube magique parfait à quatre dimensions de l'ordre 3.

|          |         |          |
|----------|---------|----------|
| 15 55 53 | 74 45 4 | 34 23 66 |
| 52 14 57 | 6 73 44 | 65 36 22 |
| 56 54 13 | 43 5 75 | 24 64 35 |
| 61 50 12 | 42 1 80 | 20 72 31 |
| 11 63 49 | 79 41 3 | 33 19 71 |
| 51 10 62 | 2 81 40 | 70 32 21 |
| 47 18 58 | 7 77 39 | 69 28 26 |
| 60 46 17 | 38 9 76 | 25 68 30 |
| 16 59 48 | 78 37 8 | 29 27 67 |

Cette figure représente encore, comme nous l'avons indiqué ci-dessus, un carré magique de l'ordre 9.

Au lieu du Tableau précédent on peut aussi faire usage, pour le même cube magique, de trois autres représentations en double projection, que l'on trouve dans mon Mémoire : *Sur une méthode pour représenter dans le plan les solides homogènes à n dimensions* (*Rendiconti del Circolo mat. di Palermo*, t. V, p. 1-7, fig. 2a, 2b et 3). En effet, on parvient aisément à placer les nombres aux sommets et aux milieux des arêtes, et, si l'on veut, aux milieux des faces.

*Explications.* — Voici d'abord les huit cubes magiques ordinaires limitant le cube à 4 dimensions :

1.

|          |         |          |
|----------|---------|----------|
| 15 55 53 | 74 45 4 | 34 23 66 |
| 52 14 57 | 6 73 44 | 65 36 22 |
| 56 54 13 | 43 5 75 | 24 64 35 |

8.

|          |         |          |
|----------|---------|----------|
| 47 18 58 | 7 77 39 | 69 28 26 |
| 60 46 17 | 38 9 76 | 25 68 30 |
| 16 59 48 | 78 37 8 | 29 27 67 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---------|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|---------|
| 2.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          | 7.       |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">15 55 53</td><td style="padding: 2px 10px;">74 45 4</td><td style="padding: 2px 10px;">34 23 66</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">61 50 12</td><td style="padding: 2px 10px;">42 1 80</td><td style="padding: 2px 10px;">20 72 31</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">47 18 58</td><td style="padding: 2px 10px;">7 77 39</td><td style="padding: 2px 10px;">69 28 26</td></tr> </table>                             | 15 55 53 | 74 45 4  | 34 23 66 | 61 50 12 | 42 1 80  | 20 72 31 | 47 18 58 | 7 77 39  | 69 28 26 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">56 54 13</td><td style="padding: 2px 10px;">43 5 75</td><td style="padding: 2px 10px;">24 64 35</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">51 10 62</td><td style="padding: 2px 10px;">2 81 40</td><td style="padding: 2px 10px;">70 32 21</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">16 59 48</td><td style="padding: 2px 10px;">78 37 8</td><td style="padding: 2px 10px;">29 27 67</td></tr> </table> | 56 54 13 | 43 5 75  | 24 64 35 | 51 10 62 | 2 81 40  | 70 32 21 | 16 59 48 | 78 37 8  | 29 27 67                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 15 55 53                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 74 45 4  | 34 23 66 |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 61 50 12                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 42 1 80  | 20 72 31 |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 47 18 58                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 7 77 39  | 69 28 26 |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 56 54 13                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 43 5 75  | 24 64 35 |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 51 10 62                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 2 81 40  | 70 32 21 |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 16 59 48                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 78 37 8  | 29 27 67 |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 3.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 6.       | 4.       | 5.       |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">15 55 53</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">52 14 57</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">56 54 13</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">61 50 12</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">11 63 49</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">51 10 62</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">47 18 58</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">60 46 17</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">16 59 48</td></tr> </table> | 15 55 53 | 52 14 57 | 56 54 13 | 61 50 12 | 11 63 49 | 51 10 62 | 47 18 58 | 60 46 17 | 16 59 48 | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">34 23 66</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">65 36 22</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">24 64 35</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">20 72 31</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">33 19 71</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">70 32 21</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">69 28 26</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">25 68 30</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">29 27 67</td></tr> </table> | 34 23 66                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 65 36 22 | 24 64 35 | 20 72 31 | 33 19 71 | 70 32 21 | 69 28 26 | 25 68 30 | 29 27 67 | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">15 74 34</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">52 6 65</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">56 43 24</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">61 42 20</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">11 79 33</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">51 2 70</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">47 7 69</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">60 38 25</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">16 78 29</td></tr> </table> | 15 74 34 | 52 6 65 | 56 43 24 | 61 42 20 | 11 79 33 | 51 2 70 | 47 7 69 | 60 38 25 | 16 78 29 | <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding: 2px 10px;">53 4 66</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">57 44 22</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">13 75 35</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">12 80 31</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">49 3 71</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">62 40 21</td></tr> <tr><td style="border-top: 1px solid black; padding: 2px 10px;">58 39 26</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">17 76 30</td></tr> <tr><td style="padding: 2px 10px;">48 8 67</td></tr> </table> | 53 4 66 | 57 44 22 | 13 75 35 | 12 80 31 | 49 3 71 | 62 40 21 | 58 39 26 | 17 76 30 | 48 8 67 |
| 15 55 53                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 52 14 57                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 56 54 13                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 61 50 12                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 11 63 49                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 51 10 62                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 47 18 58                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 60 46 17                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 16 59 48                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 34 23 66                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 65 36 22                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 24 64 35                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 20 72 31                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 33 19 71                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 70 32 21                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 69 28 26                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 25 68 30                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 29 27 67                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 15 74 34                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 52 6 65                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 56 43 24                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 61 42 20                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 11 79 33                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 51 2 70                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 47 7 69                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 60 38 25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 16 78 29                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 53 4 66                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 57 44 22                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 13 75 35                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 12 80 31                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 49 3 71                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 62 40 21                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 58 39 26                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 17 76 30                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |
| 48 8 67                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |          |          |          |          |          |          |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |          |         |          |          |          |         |         |          |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |         |          |          |          |         |          |          |          |         |

Les cubes (1.8), (2.7), (3.6), (4.5) sont opposés l'un à l'autre.

Les huit axes diagonaux sont :

$$|15.41.67|, |53.41.29|, |13.41.69|, |56.41.26|,$$

$$|34.41.48|, |66.41.16|, |35.41.47|, |24.41.58|.$$

Les seize lignes joignant les milieux des arêtes opposées sont :

$$|55.41.27|, |57.41.25|, |54.41.28|, |52.41.30|,$$

$$|23.41.59|, |22.41.60|, |64.41.18|, |65.41.17|,$$

$$|74.41. 8|, | 4.41.78|, |75.41. 7|, |43.41.39|,$$

$$|61.41.21|, |12.41.70|, |62.41.20|, |51.41.31|.$$

Les douze lignes joignant les centres des faces opposées sont :

$$|14.41.68|, |36.41.46|, |42.41.40|, |80.41. 2|,$$

$$|45.41.37|, |44.41.38|, | 5.41.77|, | 6.41.76|,$$

$$|50.41.32|, |49.41.33|, |10.41.72|, |11.41.71|.$$

Les quatre lignes joignant les centres des cubes opposés sont :

$$|73.41. 9|, |63.41.19|, |1.41.81|, |79.41. 3|.$$

Toutes les sommes le long des quatre directions principales des huit axes diagonaux et des lignes joignant les milieux des arêtes, faces et cubes opposés, font 123.

Outre cela, chacun des huit cubes limitants a un axe diagonal qui donne la même somme. Ces axes, avec les numéros donnés à ces cubes ci-dessus, sont :

- (1) | 15.73.35 |, (2) | 53. 1.69 |, (3) | 13.63.47 |, (4) | 15.79.29 |,  
 (5) | 53. 3.67 |, (6) | 35.19.69 |, (7) | 13.81.29 |, (8) | 47. 9.67 |,

Ces axes forment ensemble une ligne continue et rentrant en elle-même.

Tout nombre est situé simultanément dans quatre séries linéaires (suivant les directions principales). Par exemple, ces séries sont, pour le nombre 54,

$$| 55.14.54 |, | 56.54.13 |, | 54. 5.64 |, | 54.10.59 |.$$

Puis tout nombre est situé dans six carrés, par exemple le nombre 54 dans les suivants :

|    |    |    |
|----|----|----|
| 15 | 55 | 53 |
| 52 | 14 | 57 |
| 56 | 54 | 13 |

|    |    |    |
|----|----|----|
| 56 | 54 | 13 |
| 51 | 10 | 62 |
| 16 | 59 | 48 |

|    |    |    |
|----|----|----|
| 55 | 50 | 18 |
| 14 | 63 | 46 |
| 54 | 10 | 59 |

|    |    |    |
|----|----|----|
| 55 | 45 | 23 |
| 14 | 73 | 36 |
| 54 | 5  | 64 |

|    |    |    |
|----|----|----|
| 56 | 54 | 13 |
| 43 | 5  | 75 |
| 24 | 64 | 35 |

|    |    |    |
|----|----|----|
| 54 | 5  | 64 |
| 10 | 81 | 32 |
| 59 | 37 | 27 |

Enfin, tout nombre est situé dans trois cubes à trois dimensions.

---