SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 22 (1894), p. 25-27
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1894__22__25_1>

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 7 FÉVRIER 1894.

PRÉSIDENCE DE M. PICQUET.

Communications :

M. Laisant : *Principes de la méthode de M. Arnoux concernant l'étude des espaces arithmétiques hypermagiques.*

M. Genty adresse une *Note sur des couples de surfaces applicables.*

M. Koenigs fait la Communication suivante :

Sur un mouvement particulier d'un point dans le plan.

Je pose le problème du mouvement d'un point dans un plan, en le supposant attiré par deux axes rectangulaires en raison inverse du cube des distances. Les équations du mouvement

$$(1)\qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{A}{x^3}, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{B}{y^3}$$

s'intègrent immédiatement et donnent

$$(2)\qquad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{A}{x^2} + \alpha, \qquad \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \frac{B}{y^2} + \beta;$$

$$(3)\qquad x^2 = \alpha(t+\alpha')^2 - \frac{A}{\alpha}, \qquad y^2 = \beta(t+\beta')^2 - \frac{B}{\beta}.$$

Les quantités α', β', α, β sont des constantes; on peut disposer des données initiales de sorte que α, β soient indifféremment positives ou négatives.

L'élimination du temps entre les équations (3) donne une équation du quatrième degré dont l'ensemble des termes du plus haut degré est

$$\left(\frac{x^2}{\alpha} - \frac{y^2}{\beta}\right)^2;$$

toutes les trajectoires pour lesquelles on a $\alpha\beta < 0$ sont des courbes fermées.

On pourrait s'attendre de prime abord à voir le mobile décrire périodiquement la courbe fermée. Mais le temps est lié algébriquement à x et à y; le mouvement périodique est impossible.

Supposons $\alpha < 0$ et $\beta > 0$. L'équation

$$\alpha(t + \alpha')^2 - \frac{A}{\alpha} = 0$$

admet deux racines réelles τ' et $\tau > \tau'$. Pour que la valeur de x^2 soit positive, il faut que t soit compris entre τ' et τ. Donc *le temps dans ce problème ne peut dépasser la valeur* τ.

La raison de ce fait est facile à comprendre. Un mouvement peut être légitimement continué au delà d'une époque τ à la condition expresse que les valeurs de $x, y, \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}$ à cette époque τ fournissent les éléments initiaux acceptables d'un mouvement qui sera le prolongement du mouvement antérieur à l'époque τ. Or ici, pour $t = \tau$, on voit que la vitesse et l'accélération sont infinies; on ne peut donc en aucune manière continuer le mouvement au delà de l'époque τ.

Dans un article inséré au tome X du Bulletin de la Société, M. Gascheau a consacré un article à un problème de Poisson sur l'attraction par un centre fixe en raison inverse du cube de la distance. M. Gascheau a complètement méconnu le principe que je viens d'énoncer. La rédaction du Bulletin a fait suivre cet article d'une Note où elle formule des réserves au sujet de la Note de M. Gascheau; mais il faut bien avouer que cette Note elle-même est gravement fautive, quand elle allègue qu'un corps attiré par un centre fixe en raison inverse du carré de la distance et tombant en ligne droite sur ce centre fixe rebondira sur lui après la chute pour revenir au point de départ. En réalité, lors de la chute, la force et la vitesse deviennent infinies et l'on n'a plus le droit de continuer le mouvement.

Si l'on envisage le mouvement rectiligne d'un point attiré par un centre fixe proportionnellement à la puissance $(m - 1)^{\text{ième}}$ de la distance, où $0 < m < 1$, on reconnaît que la chute a lieu au bout d'un temps fini; la vitesse est finie à l'instant de la chute, mais l'accélération devient infinie. Dans ces conditions, il n'est plus permis d'outrepasser l'époque de la chute.

M. Appell adresse la Note suivante :

Sur les courbes autopolaires par rapport à une conique donnée.

Étant donnée une conique S, une courbe est *autopolaire* par rapport à S quand elle est à elle-même sa polaire réciproque.

1° Il est facile de former l'équation générale des coniques Σ autopolaires par rapport à S; cette équation contient deux paramètres u et v.

2° Si l'on établit entre u et v une relation, la conique Σ enveloppe une courbe autopolaire par rapport à S. Réciproquement toute courbe autopolaire peut être obtenue de cette façon.

On remarquera l'analogie avec les anallagmatiques de M. Moutard.

Ces considérations, que je développerai ultérieurement, peuvent s'étendre à l'espace.

SÉANCE DU 21 FÉVRIER 1894.

PRÉSIDENCE DE M. POINCARÉ.

Communications :

M. Lecornu : *Sur la discontinuité en Mécanique.*

M. Fouret : *Sur le nombre des plans tangents qu'on peut mener à une surface par une droite qui y est située.*

M. D. André : *Sur certaines suites récurrentes.*

M. Touche : *Sur l'équation de continuité en Hydrodynamique.*

M. Humbert : *Sur les fonctions abéliennes intermédiaires.*
