BULLETIN DE LA S. M. F.

M. DE MONTCHEUIL

Détermination des surfaces de révolution admettant une surface de révolution

Bulletin de la S. M. F., tome 33 (1905), p. 17-18
<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1905__33__17_0>

DÉTERMINATION DES SURFACES DE RÉVOLUTION ADMETTANT UNE SURFACE DE RÉVOLUTION DONNÉE POUR SURFACE MOYENNE;

Par M. de Montcheuil.

Désignons par S la surface donnée, par S_1 les surfaces cherchées; par r, z; r_1, z_1 les coordonnées respectives des méridiens des deux surfaces.

On vérifie les relations suivantes :

$$r_1 = 2r - \frac{2}{\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2}}\int dr\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2},$$

$$z_1 = z - r^2\int\frac{dz}{r^2} + \frac{2r\int\frac{dz}{r^2}}{\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2}}\int dr\sqrt{1+\left(r\int\frac{dz}{r^2}\right)^2};$$

qui donnent la solution du problème.

Deux constantes arbitraires y figurent. L'une d'elles caractérise les diverses surfaces S_1 normales à une même congruence.

Désignons par K la seconde constante, par γ l'angle de la normale à une surface S_1 avec l'axe des z, par a une valeur particulière quelconque de r, par γ_a la valeur correspondante de γ.

On vérifie la relation

$$r\int_a^r \frac{dz}{r^2} + Kr + \cot\gamma = 0. \tag{1}$$

D'où

$$K = -\frac{\cot\gamma_a}{a}.$$

Cette expression représente la valeur de la projection sur l'axe des z de la portion de normale à une surface S_1 comprise entre cet axe et son point de rencontre avec S.

Soient d', d'', d''' trois de ces projections, relatives à trois surfaces quelconques S_1 admettant la même surface moyenne S; d'_a, d''_a, d'''_a celles de ces projections qui passent par le point de S pour lequel on a

$$r = a.$$

Des formules (1) on déduit la relation

$$\frac{(d_x^{m} - d_a^{r})\, d'_a}{d'} + \frac{(d'_a - d'''_a)\, d''_a}{d''} + \frac{(d''_a - d'_a)\, d^{m}_a}{d'''} = 0.$$

Cette formule permet, deux congruences de normales à des surfaces S_1 *étant données, de déterminer toutes les autres par une construction purement géométrique.* Elle permet, en effet, de déterminer les points où les normales de ces congruences rencontrent l'axe des z.