BULLETIN DE LA S. M. F.

CHRISTIAN BERG

Principes duaux en théorie du potentiel

Bulletin de la S. M. F., tome 106 (1978), p. 365-372

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1978__106__365_0>

Bull. Soc. math. France,
106, 1978, p. 365-372.

PRINCIPES DUAUX EN THÉORIE DU POTENTIEL

PAR

CHRISTIAN BERG

[Københavns Universitet]

RÉSUMÉ. — Soient X un espace localement compact, et N_1 et N_2 deux noyaux continus, strictement positifs sur X. Nous démontrons les théorèmes suivants : N_1 satisfait au principe relatif (resp. transitif) de domination par rapport à N_2 si, et seulement, si N_1 satisfait au principe transitif (resp. relatif) du balayage par rapport à N_2, généralisant ainsi un résultat classique de CHOQUET et DENY. Les démonstrations utilisent le théorème de Hahn-Banach.

Introduction

Les principes du balayage et de domination en théorie du potentiel sont des principes duaux. Ceci est mis en évidence par CHOQUET et DENY, (*cf.* [1] et [3]). Récemment, ITÔ a étudié des principes « relatifs » et « transitifs » du balayage et de domination pour des noyaux de convolution (*cf.* [5], [6] et [7]) mais, bien qu'il démontre que les quatre principes sont équivalents, il ne discute pas la dualité. Le but de cette note est de le faire.

Le principe transitif de domination et le principe relatif du balayage sont duaux et de même le principe relatif de domination et le principe transitif du balayage sont duaux. Ceci simplifie des considérations de [6] et [7]. Cependant, par cette méthode nous n'obtenons pas l'équivalence entre les principes non duaux, c'est-à-dire entre les principes relatifs de domination et du balayage. Cette équivalence est plus profonde que celle de la dualité, et il faut renvoyer au travail de ITÔ [7], basé sur le théorème de point fixe de KY FAN.

Les équivalences de dualité sont valables non seulement pour des noyaux de convolution mais aussi pour des noyaux continus sur un espace localement compact.

Les principes de domination et du balayage sont définis dans la section 1, et l'équivalence est démontrée dans la section 2 dans le cadre des noyaux continus. Dans une 3e section nous nous spécialisons dans l'étude des noyaux de convolution, et montrons une inégalité généralisant le TV-inégalité de CHOQUET et DENY (*cf.* [2]).

1. Définitions des principes

Dans cette section et la suivante, X désigne un espace localement compact. On désigne par

$C(X)$, l'ensemble des fonctions continues, réelles sur X;

$C_c(X)$, le sous-ensemble des fonctions à support compact;

$\mathcal{M}(X)$, l'ensemble des mesures de Radon réelles sur X,

$\mathcal{M}_c(X)$, le sous-ensemble des mesures à support compact.

Puisque X est fixé, nous omettons souvent X dans la notation.

Un *noyau continu* sur X est une application linéaire et positive $N : C_c(X) \to C(X)$. Le *noyau transposé* de N est l'application linéaire et positive $N^* : \mathcal{M}_c(X) \to \mathcal{M}(X)$, définie par

$$\langle N^* \mu, f \rangle = \langle \mu, N f \rangle \qquad \text{pour} \quad \mu \in \mathcal{M}_c, \qquad f \in C_c.$$

Le noyau continu N est appelé *strictement positif* si $N^* \varepsilon_x \neq 0$ pour tout $x \in X$, ce qui est équivalent à la condition suivante : pour tout compact $K \subseteq X$, il existe $f \in C_c^+$ telle que $Nf(x) \geqslant 1$ pour $x \in K$.

Dans les définitions suivantes, N_1 et N_2 désignent deux noyaux continus sur X.

Définition 1. — On dit que N_1 satisfait au *principe relatif de domination* par rapport à N_2, et on écrit $N_1 \prec N_2$, si pour toutes $f, g \in C_c^+$ la relation $N_1 f(x) \leqslant N_2 g(x)$ pour $x \in \operatorname{supp}(f)$ entraîne $N_1 f \leqslant N_2 g$.

Définition 2. — On dit que N_1 satisfait au *principe transitif de domination* par rapport à N_2, et on écrit $N_1 \sqsubset N_2$, si pour toutes $f, g \in C_c^+$ la relation $N_1 f(x) \leqslant N_1 g(x)$ pour $x \in \operatorname{supp}(f)$ entraîne $N_2 f \leqslant N_2 g$.

Définition 3. — On dit que N_1 satisfait au *principe relatif du balayage* par rapport à N_2, et on écrit $N_1 \prec^* N_2$, si pour tout ouvert relativement compact $\omega \subseteq X$ et toute $\mu \in \mathcal{M}_c^+$, il existe $\mu' \in \mathcal{M}_c^+$ telle que :

(i) $\operatorname{supp}(\mu') \subseteq \bar{\omega}$;

(ii) $N_1^* \mu' \leqslant N_2^* \mu$;

(iii) $N_1^* \mu' = N_2^* \mu$ dans ω.

Une telle mesure μ' s'appelle une *mesure balayée de* μ sur ω par rapport à (N_1, N_2).

Définition 4. — On dit que N_1 satisfait au *principe transitif du balayage* par rapport à N_2, et on écrit $N_1 \sqsubset^* N_2$, si pour tout ouvert relativement compact $\omega \subseteq X$ et toute $\mu \in \mathcal{M}_c^+$, il existe $\mu' \in \mathcal{M}_c^+$ telle que :

(i) $\operatorname{supp}(\mu') \subseteq \bar{\omega}$;

(ii) $N_2^* \mu' \leqslant N_2^* \mu$;

(iii) $N_1^* \mu' \geqslant N_1^* \mu$ dans ω.

Une telle mesure μ' s'appelle une *mesure balayée transitivement* de μ sur ω par rapport à (N_1, N_2).

On remarque que $N \prec N$ et $N \sqsubset N$ sont équivalents au principe de domination ordinaire pour N, et de même $N \prec^* N$ et $N \sqsubset^* N$ sont équivalents au principe du balayage ordinaire (*cf.* [3]).

2. Théorèmes de dualité

THÉORÈME 1. — *Soient N_1 et N_2 deux noyaux continus, et supposons que N_1 soit strictement positif.*

Alors $N_1 \sqsubset N_2$ si, et seulement si, $N_1 \prec^* N_2$.

Démonstration. — Supposons que $N_1 \prec^* N_2$, et soient $f, g \in C_c^+$ telles que $N_1 f(x) \leqslant N_1 g(x)$ pour $x \in \operatorname{supp}(f)$. Nous posons $\omega = \{ f > 0 \}$, et soit ε'_x une mesure balayée de ε_x sur ω par rapport à (N_1, N_2), où $x \in X$ est arbitraire. Utilisant les propriétés de ε'_x, on trouve

$$\begin{aligned} N_2 f(x) &= \langle N_2^* \varepsilon_x, f \rangle = \langle N_1^* \varepsilon'_x, f \rangle = \langle \varepsilon'_x, N_1 f \rangle \leqslant \langle \varepsilon'_x, N_1 g \rangle \\ &= \langle N_1^* \varepsilon'_x, g \rangle \leqslant \langle N_2^* \varepsilon_x, g \rangle = N_2 g(x). \end{aligned}$$

Inversement, supposons que $N_1 \sqsubset N_2$, et soit ω un ouvert relativement compact. Il s'agit de démontrer l'inclusion

$$N_2^*(\mathcal{M}_c^+) \subseteq A \qquad \text{où} \quad A = N_1^*(\mathcal{M}^+(\overline{\omega})) + \mathcal{M}^+(X \setminus \omega).$$

L'ensemble A est convexe et fermé pour la topologie vague $\sigma(\mathcal{M}, C_c)$. En effet, si $N_1^* \mu'_i + \sigma_i \in A$ converge vaguement vers une mesure τ, en choisissant une fonction $f \in C_c^+$ telle que $N_1 f \geqslant 1$ sur $\overline{\omega}$, on a

$$\limsup \mu'_i(\overline{\omega}) \leqslant \limsup \langle N_1^* \mu'_i + \sigma_i, f \rangle = \langle \tau, f \rangle.$$

On peut donc supposer que la famille $\{ \mu'_i \}$ est vaguement bornée, et on voit alors facilement que $\tau = N_1^* \mu' + \sigma$ avec $\mu' \in \mathcal{M}^+(\overline{\omega})$ et $\sigma \in \mathcal{M}^+(X \setminus \omega)$.

Supposons qu'il existe $\mu \in \mathcal{M}_c^+$ telle que $N_2^* \mu \notin A$. Par le théorème de Hahn-Banach, il existe $f \in C_c$ telle que

$$\langle N_2^* \mu, f \rangle < 0, \tag{1}$$

et

$$\langle \tau, f \rangle \geqslant 0, \qquad \forall \tau \in A. \tag{2}$$

La condition (2) donne en particulier

(2′) $$\langle \varepsilon_x, f \rangle \geqslant 0 \quad \text{pour tout } x \in X \setminus \omega,$$

(2″) $$\langle N_1^* \varepsilon_x, f \rangle \geqslant 0 \quad \text{pour tout } x \in \bar{\omega}.$$

Soient f^+ et f^- les parties positives et négatives de f. Les conditions (2′) et (2″) s'expriment

$$N_1(f^-) \leqslant N_1(f^+) \quad \text{sur } \bar{\omega} \supseteq \operatorname{supp}(f^-),$$

et l'hypothèse $N_1 \sqsubset N_2$ entraîne $N_2(f^-) \leqslant N_2(f^+)$, i. e. $N_2 f \geqslant 0$, ce qui contredit (1).

THÉORÈME 2. — *Soient N_1 et N_2 deux noyaux continus, et supposons que N_2 soit strictement positif. Alors $N_1 \prec N_2$ si, et seulement si, $N_1 \sqsubset^* N_2$.*

Démonstration. — Supposons que $N_1 \sqsubset^* N_2$ et que $N_1 f \leqslant N_2 g$ sur supp (f). En utilisant une mesure ε'_x balayée transitivement de ε_x sur $\omega = \{ f > 0 \}$ par rapport à (N_1, N_2), on voit facilement que

$$N_1 f(x) \leqslant N_2 g(x).$$

Inversement, supposons $N_1 \prec N_2$, et soit ω un ouvert relativement compact. En définissant

$$B = \{(N_1^* \sigma - \xi, N_2^* \sigma + \eta) \in \mathcal{M}(X) \times \mathcal{M}^+(X);$$
$$\sigma \in \mathcal{M}^+(\bar{\omega}), \eta \in \mathcal{M}^+(X), \xi \in \mathcal{M}(X), \xi \mid \omega \in \mathcal{M}^+(\omega)\},$$

il s'agit de démontrer que

(3) $$\{(N_1^* \mu, N_2^* \mu); \mu \in \mathcal{M}_c^+(X)\} \subseteq B.$$

Nous montrons d'abord que B est un cône convexe fermé de l'espace vectoriel $\mathcal{M}(X) \times \mathcal{M}(X)$, muni de la topologie produit de la topologie vague sur $\mathcal{M}(X)$. Il est évident que B est un cône convexe, et supposons qu'une suite généralisée $\{ (\tau'_i, \tau''_i) \}$ de B converge vers (τ', τ''). Il existe des suites généralisées $\{ \sigma_i \}$, $\{ \eta_i \}$ et $\{ \xi_i \}$ telles que $\sigma_i \in \mathcal{M}^+(\bar{\omega})$, $\eta_i \in \mathcal{M}^+(X)$, $\xi_i \in \mathcal{M}(X)$, $\xi_i \mid \omega \in \mathcal{M}^+(\omega)$ et

$$(\tau'_i, \tau''_i) = (N_1^* \sigma_i - \xi_i, N_2^* \sigma_i + \eta_i).$$

Ayant supposé N_2 strictement positif, il existe $f \in C_c^+$ telle que $N_2 f \geqslant 1$ sur $\bar{\omega}$, et on trouve

$$\limsup \sigma_i(\bar{\omega}) \leqslant \limsup \langle \tau_i'', f \rangle = \langle \tau'', f \rangle.$$

En remplaçant $\{(\tau_i', \tau_i'')\}$ par une sous-suite généralisée, on peut donc supposer que σ_i converge vers une mesure $\sigma \in \mathscr{M}^+(\bar{\omega})$. Par conséquent aussi $\{\eta_i\}$ et $\{\xi_i\}$ convergent, d'où $(\tau', \tau'') \in B$.

Pour démontrer (3) nous supposons qu'il existe $\mu \in \mathscr{M}_c^+$ telle que

$$(N_1^* \mu, N_2^* \mu) \notin B.$$

Pour utiliser le théorème de Hahn-Banach, nous remarquons que le dual de $\mathscr{M}(X) \times \mathscr{M}(X)$ s'identifie avec $C_c(X) \times C_c(X)$ par la formule

$$\langle (\mu, \nu), (f, g) \rangle = \langle \mu, f \rangle + \langle \nu, g \rangle, \quad f, g \in C_c, \qquad \mu, \nu \in \mathscr{M},$$

et il existe donc un couple $(f, g) \in C_c \times C_c$ tel que

(4) $$\langle \mu, N_1 f + N_2 g \rangle < 0,$$

(5) $$\langle \tau', f \rangle + \langle \tau'', g \rangle \geqslant 0, \qquad \forall (\tau', \tau'') \in B.$$

Posant successivement :

(*a*) $$(\tau', \tau'') = (0, \varepsilon_x), \; x \in X,$$

(*b*) $$(\tau', \tau'') = (-\varepsilon_x, 0), \; x \in \omega, \; (\tau', \tau'') = (\pm \varepsilon_x, 0), \; x \notin \omega,$$

(*c*) $$(\tau', \tau'') = (N_1^* \varepsilon_x, N_2^* \varepsilon_x), \; x \in \bar{\omega},$$

on trouve :

(5 *a*) $$g \geqslant 0;$$

(5 *b*) $$f \leqslant 0 \quad \text{dans } \omega, \qquad f = 0 \quad \text{dans } X \setminus \omega;$$

(5 *c*) $$N_1 f + N_2 g \geqslant 0 \qquad \text{sur } \bar{\omega};$$

c'est-à-dire $N_1(-f) \leqslant N_2 g$ sur $\bar{\omega} \supseteq \operatorname{supp}(-f)$ et $-f, g \in C_c^+$. Par hypothèse $N_1 \prec N_2$, et on obtient donc $N_1(-f) \leqslant N_2 g$, ce qui contredit (4).

Exemple. — Soit m une mesure positive non nulle sur X. Alors $Mf = \langle m, f \rangle$ définit un noyau continu dont le noyau transposé est $M^* \mu = \| \mu \| m$, où $\| \mu \| = \langle \mu, 1 \rangle$ est la masse totale de μ. Alors $N \prec M$

est équivalent au principe classique du maximum, et $N \sqsubset^* M$ est équivalent au principe du pseudo-balayage, défini dans [4]. Le théorème 2 entraîne donc l'équivalence entre le principe classique du maximum et le principe du pseudo-balayage. Cette équivalence fut donné dans [4].

3. Noyaux de convolution

Dans cette section, X est un groupe abélien localement compact. A toute mesure positive $\varkappa$ sur X est associé un noyau continu $N_\varkappa : f \to \varkappa \star f$ dont le noyau transposé est l'application $\mu \to \check{\varkappa} \star \mu$, où $\check{\varkappa}$ est la mesure symétrique de $\varkappa$. On appelle $\varkappa$ un noyau de convolution. Le noyau continu $N_\varkappa$ est strictement positif si, et seulement si, $\varkappa \neq 0$. Pour des noyaux de convolution $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$ on dit que $\varkappa_1 \prec \varkappa_2$ (resp. $\varkappa_1 \sqsubset \varkappa_2$) si $N_{\varkappa_1} \prec N_{\varkappa_2}$ (resp. $N_{\varkappa_1} \sqsubset N_{\varkappa_2}$), et on dit que $\varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$ (resp. $\varkappa_1 \sqsubset^* \varkappa_2$) si $N_{\check{\varkappa}_1} \prec^* N_{\check{\varkappa}_2}$ (resp. $N_{\check{\varkappa}_1} \sqsubset^* N_{\check{\varkappa}_2}$). Il est facile de vérifier que $\varkappa_1 \prec \varkappa_2$ si, et seulement si, $\check{\varkappa}_1 \prec \check{\varkappa}_2$, et de même pour les autres principes. Le théorème 1 s'énonce donc que si $\varkappa_1 \neq 0$, alors $\varkappa_1 \sqsubset \varkappa_2 \Leftrightarrow \varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$, mais on voit immédiatement que $0 \sqsubset \varkappa \Leftrightarrow 0 \prec^* \varkappa \Leftrightarrow \varkappa = 0$, c'est-à-dire qu'on a le résultat suivant :

THÉORÈME 1 *bis*. — *Soit $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$ des noyaux de convolution. Alors $\varkappa_1 \sqsubset \varkappa_2$ si, et seulement si, $\varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$.*

Le théorème 2 s'énonce : si $\varkappa_2 \neq 0$, alors $\varkappa_1 \prec \varkappa_2$ est équivalent à $\varkappa_1 \sqsubset^* \varkappa_2$. Ici on ne peut pas supprimer la condition $\varkappa_2 \neq 0$, car on voit facilement que $\varkappa \prec 0$ si, et seulement si, $\varkappa = 0$ ou $0 \in \operatorname{supp}(\varkappa)$, et on voit que $\varkappa \sqsubset^* 0$ si, et seulement si, pour tout ouvert relativement compact ω, il existe $\mu \in \mathscr{M}^+(\bar{\omega})$ telle que $\varkappa \star \mu \geqslant \varkappa$ dans ω. Dans l'exemple $X = \mathbf{R}$, $\varkappa = \max\,(0, x)\,dx$, on a donc $\varkappa \prec 0$, mais $\varkappa \sqsubset^* 0$ n'est pas vérifié (prendre $\omega =]\,1, 2\,[$).

Dans [6], ITÔ a démontré $\varkappa_1 \sqsubset \varkappa_2 \Rightarrow \varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$ sous l'hypothèse supplémentaire que $\varkappa_2$ satisfait au principe d'unicité des masses. Dans [7], ITÔ a finalement démontré le théorème suivant :

THÉORÈME 3. — *Soit $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$ deux noyaux de convolution tels que $\varkappa_1 \neq 0$ et $\varkappa_2 \neq 0$. Alors les conditions suivantes sont équivalentes :*

(i) $\varkappa_1 \sqsubset \varkappa_2$;

(ii) $\varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$;

(iii) $\varkappa_1 \prec \varkappa_2$;

(iv) $\varkappa_1 \sqsubset^* \varkappa_2$.

Notre démonstration de l'équivalence entre (i) et (ii) et entre (iii) et (iv) est plus élémentaire que celle d'ITÔ, basée sur le théorème de point fixe de KY FAN. Ce théorème semble être essentiel pour l'équivalence entre (ii) et (iii), d'ailleurs démontré d'abord pour des groupes de Lie élémentaires, et puis en général par approximation avec de tels groupes.

Un noyau de convolution $\varkappa$ satisfaisant au principe du balayage, $\varkappa \prec^* \varkappa$, vérifie une inégalité importante, due à CHOQUET et DENY [2].

Pour tout couple d'ouverts relativement compacts ω et Ω de X, on a

$$\varkappa(\omega)\varkappa(\Omega) \leqslant \varkappa(\Omega-\Omega)\varkappa(\omega+\Omega).$$

Voici une généralisation au cas $\varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$.

PROPOSITION 4. — *Soient* $\varkappa_1$ *et* $\varkappa_2$ *deux noyaux de convolution tels que* $\varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$. *Pour tout couple d'ouverts relativement compacts* ω *et* Ω *de* X, *on a l'inégalité*

$$\varkappa_1(\omega)\varkappa_2(\Omega) \leqslant \varkappa_1(\Omega-\Omega)\varkappa_2(\omega+\Omega).$$

Démonstration. — Soit μ une mesure balayée de ε_0 sur Ω par rapport à $(\varkappa_1, \varkappa_2)$. Utilisant $\omega+\Omega = \omega+\bar{\Omega}$, on trouve, pour tout $x \in \bar{\Omega}$,

$$\varkappa_1(\omega) = \varkappa_1 \star \varepsilon_x(\omega+x) \leqslant \varkappa_1 \star \varepsilon_x(\omega+\Omega),$$

et en intégrant par rapport à x il vient

$$\mu(\bar{\Omega})\varkappa_1(\omega) \leqslant \varkappa_1 \star \mu(\omega+\Omega) \leqslant \varkappa_2(\omega+\Omega). \tag{6}$$

Utilisant $\Omega-\Omega = \Omega-\bar{\Omega}$, on trouve

$$\varkappa_2(\Omega) = \varkappa_1 \star \mu(\Omega) = \int \varkappa_1(\Omega-x)\,d\mu(x) \leqslant \varkappa_1(\Omega-\Omega)\,\mu(\bar{\Omega}), \tag{7}$$

et l'inégalité cherchée résulte par multiplication de (6) et (7).

COROLLAIRE 5. — *Soient* $\varkappa_1$ *et* $\varkappa_2$ *deux noyaux de convolution tels que* $\varkappa_1 \prec^* \varkappa_2$ *et* $\varkappa_2 \neq 0$. *Alors on a :*

(i) $0 \in \operatorname{supp}(\varkappa_1)$;

(ii) $\operatorname{supp}(\varkappa_1)+\operatorname{supp}(\varkappa_2) \subseteq \operatorname{supp}(\varkappa_2)$;

(iii) *si* $\varkappa_2$ *est symétrique, la fonction* $(\varkappa_1 \star f)(\varkappa_2 \star f)$ est bornée quelle que soit $f \in C_c^+(X)$.

Démonstration.

(i) Supposons $0 \notin \operatorname{supp}(\varkappa_1)$. Alors il existe un ouvert relativement compact Ω tel que $\varkappa_2(\Omega) > 0$ et $\varkappa_1(\Omega - \Omega) = 0$. L'inégalité de la proposition 4 entraîne alors que $\varkappa_1(\omega) = 0$ quel que soit l'ouvert relativement compact ω, donc $\varkappa_1 = 0$, mais ceci est contradictoire avec

$$\varkappa_1 \prec^* \varkappa_2, \; \varkappa_2 \neq 0.$$

(ii) Soient $x_1 \in \operatorname{supp}(\varkappa_1)$, $x_2 \in \operatorname{supp}(\varkappa_2)$ et V un voisinage compact quelconque de $x_1 + x_2$. Il existe des voisinages ouverts relativement compacts ω_1 et ω_2 de x_1 et x_2 tels que $\omega_1 + \omega_2 \subseteq V$, et l'inégalité de la proposition 4 montre que $\varkappa_2(V) \geqslant \varkappa_2(\omega_1 + \omega_2) > 0$ parce que $\varkappa_1(\omega_1) > 0$ et $\varkappa_2(\omega_2) > 0$.

(iii) Si l'on pose $\Omega = -\omega$, l'inégalité vient

$$\varkappa_1(\omega)\,\varkappa_2(\omega) \leqslant \varkappa_1(\omega - \omega)\,\varkappa_2(\omega - \omega).$$

Puis, en remplacant ω par $\omega + x$, $x \in X$, on trouve

$$\varkappa_1(\omega + x)\,\varkappa_2(\omega + x) \leqslant \varkappa_1(\omega - \omega)\,\varkappa_2(\omega - \omega),$$

ce qui est équivalent à la conclusion de (iii).

BIBLIOGRAPHIE

[1] Choquet (G.) et Deny (J.). — Aspects linéaires de la théorie du potentiel, Théorème de dualité et applications, *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 243, 1956, p. 764-767.

[2] Choquet (G.) et Deny (J.). — Noyaux de convolution et balayage sur tout ouvert, *Théorie du potentiel et analyse harmonique*, p. 60-112. — Berlin, Springer-Verlag, 1974 (*Lecture Notes in Mathematics*, 404).

[3] Deny (J.). — Les principes fondamentaux de la théorie du potentiel, *Séminaire Brelot-Choquet-Deny : Théorie du potentiel*, 5e année, 1960/1961, n° 6, 9 p.

[4] Deny (J.). — Les principes du maximum en théorie du potentiel, *Séminaire Brelot-Choquet-Deny : Théorie du potentiel*, 6e année, 1961/1962, n° 10, 8 p.

[5] Itô (M.). — Sur le principe relatif de domination pour les noyaux de convolution, *Hiroshima math. J.*, t. 5, 1975, p. 293-350.

[6] Itô (M.). — Sur les noyaux de convolution conditionnellement sous-médians, *Nagoya math. J.*, t. 66, 1977, p. 53-76.

[7] Itô (M.). — *Sur le principe de domination relatif et le balayage* à paraître aux *Ann, Inst. Fourier*, Grenoble.

(Texte reçu le 9 novembre 1977.)

Christian Berg,
Matematisk Institut,
Universitetsparken 5,
2100 København ø,
Danemark.