

C. M. PORCEDDU CILIONE

L'application en temps réel de méthodes de discrimination à des données industrielles

Les cahiers de l'analyse des données, tome 12, n° 1 (1987),
p. 111-122

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1987__12_1_111_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1987, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

L'APPLICATION EN TEMPS REEL DE METHODES DE DISCRIMINATION A DES DONNEES INDUSTRIELLES [ENGRENAGES]

*C.M. Porceddu Cilione**

1 Le problème industriel :

Dans une entreprise mécanique italienne la tâche de décider qu'une boîte de vitesses peut ou ne peut pas être montée dans un véhicule appartient à un personnel expérimenté doué d'une oreille fine, après que la boîte, qui est déjà parfaitement assemblée, ait été mise en marche. Au cas où l'un des engrenages se révélerait défectueux, la boîte devra être démontée et l'engrenage remplacé.

C'est pourquoi l'entreprise en question a demandé de mettre au point une méthode de repérer, avant l'assemblage, la présence ou l'absence de défauts d'usinage.

Dans cet article on montrera que l'Analyse des correspondances permet de reconnaître en temps réel quels sont les engrenages acceptables pour l'assemblage et de fournir en même temps des informations utiles sur les types de défauts propres aux engrenages inacceptables.

Malgré le nombre réduit (20) des données qui sont utilisées dans cet exemple, la méthode présente quelque intérêt en ce qui concerne l'application de l'Analyse des Correspondances au domaine industriel, où l'innovation technologique actuelle doit forcément s'accompagner d'un renouvellement des méthodes traditionnelles d'analyse de données.

(*) ENEA - Comité national pour la recherche et le développement de l'énergie nucléaire et des énergies alternatives. Bologne, Italie.

2 L'aquisition des données : L'examen de chaque engrenage est effectué par une machine automatique. Dans cette machine l'engrenage à contrôler ("product gear") est entraîné par un engrenage de référence ("master gear") usiné avec une très grande précision, que l'on fait tourner à une vitesse angulaire constante. Un disque gradué portant des crans optiques régulièrement espacés est solidaire de l'axe de rotation de chacun des deux engrenages. Les deux disques ont les mêmes dimensions et portent le même nombre de crans. Un capteur optique permet de lire sur chaque disque les crans qui se présentent successivement au-dessous de lui.

Comme l'engrenage de référence tourne à une vitesse uniforme, le capteur optique relatif produit un nombre d'impulsions constant dans l'unité de temps, par ex. f_1 impulsions/seconde.

L'engrenage à contrôler par contre est entraîné dans sa rotation par celui de référence et produirait une fréquence $f_2 = f_1$ s'il avait le même nombre de dents et qu'il fût exempt de défauts. Si au contraire l'engrenage à contrôler à un nombre de dents N_2 différent de N_1 de l'engrenage de référence, la fréquence produite est :

$$F_2 * N_2/N_1 = f_1$$

Mais si l'engrenage à contrôler présente aussi des défauts dans l'usinage des dents, la relation devient alors :

$$F_2 * N_2/N_1 \neq F_1$$

puisque l' "engrènement" a lieu en avance ou en retard.

Si l'on examine à l'aide d'un comparateur le déphasage entre les deux signaux : f_1 provenant du capteur de l'engrenage de référence, et $F_2 * N_2$ provenant de celui de l'engrenage à contrôler, on obtient un signal de sortie, appelé "erreur de transmission" de la rotation, qui est échantillonné et digitalisé. La machine automatique pour l'analyse des engrenages fournit donc une série chronologique discrète pour chaque engrenage analysé.

3 Enoncé du problème : Pour la mise au point de la méthode de décision, l'entreprise mécanique a fourni les enregistrements de 20 séries chronologiques de 3379 valeurs chacune, et qui avaient été obtenues à partir de l'analyse de 20 engrenages ayant $N_2 = 59$ dents (*).

Dix de ces séries provenaient d'engrenages considérés comme "acceptables". Ces dernières concernaient les défauts d'usinage les plus typiques et fréquents.

On demandait de mettre au point une méthode qui, à partir de la série chronologique fournie par la machine, permît de reconnaître en temps réel si l'engrenage examiné était acceptable ou non.

(*) le nombre de dents est d'ordinaire un nombre premier. Celui de l'engrenage de référence est dans ce cas 61.

On demandait en outre de repérer, si possible, les défauts qui rendaient certains engrenages inacceptables pour l'assemblage, afin de pouvoir intervenir en cours d'usinage.

4 Phase de discrimination :

Dans la solution de ce problème de discrimination - ou de diagnostic dans le langage de l'industrie - on doit nécessairement distinguer deux phases.

Dans la première phase ("pattern detection") on définit et calcule un nombre réduit d'attributs (paramètres statistiques) permettant de caractériser au mieux les éléments disponibles, dans le présent exemple les 20 séries chronologiques. C'est là, la phase cruciale : il s'agit de concentrer en peu de paramètres d'un haut contenu informatif la plupart de l'information dispersée dans les 3379 valeurs de chaque série acquise.

La deuxième phase ("pattern recognition") est représentée par le procédé décisionnel, par lequel chaque élément est reconnu appartenir à une classe sur la base de comparaison entre ses attributs et ceux relatifs à d'autres éléments ayant déjà été reconnus appartenir à une classe. Dans le présent exemple il y a nécessairement deux classes : celle des éléments (engrenages) acceptables et celle qui regroupe tous les autres. Les éléments inacceptables ne constituent pas une classe homogène parce qu'ils contiennent des défauts divers.

On montrera maintenant comment le Périodogramme pour la première phase et l'Analyse des Correspondances pour la deuxième ont permis de parvenir à la solution du problème .

5 Pattern detection :

Lorsqu'il s'agit d'analyser dans le domaine du temps la structure d'une série chronologique, on procède d'ordinaire de la façon suivante. Tout d'abord on fait le graphique de la série. Ce graphique a montré que les 20 séries étaient stationnaires, c'est-à-dire que la valeur moyenne et la variance ne variaient pas tout le long des valeurs des séries.

Ensuite on soustrait des valeurs de la série la valeur moyenne : cette opération n'enlève rien au contenu informatif de la série et simplifie les analyses successives. Le graphique de la série {a1} est montré en Fig. 1 à titre d'exemple (*).

L'opération suivante consiste à calculer la fonction d'autocorrélation totale (ACF) de la série x_t ainsi définie :

(*) Les 10 séries acceptables ont été marquées a1, ..., a9, a0, celles inacceptables i1, ..., i9, i0.

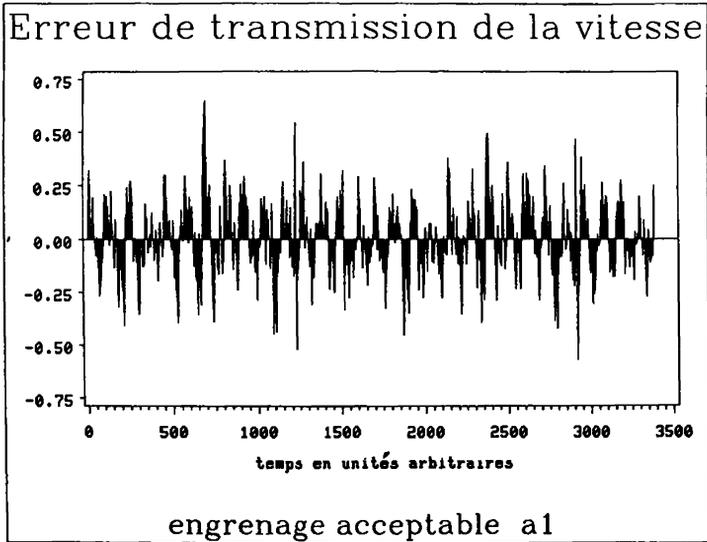


FIG. 1

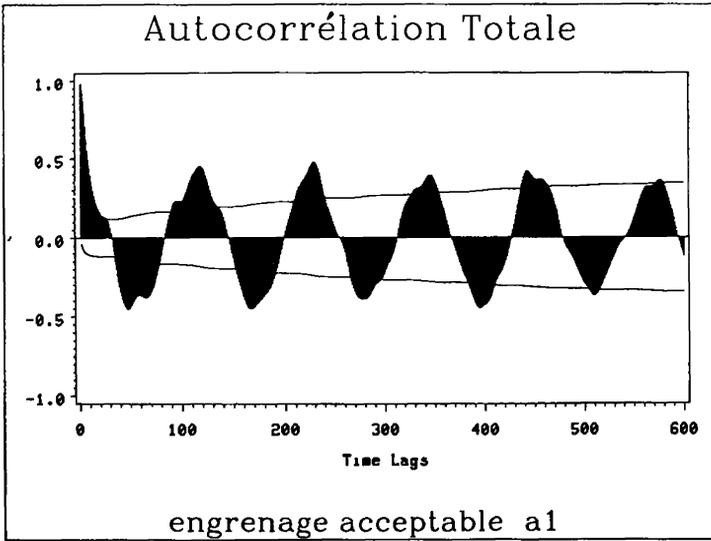


FIG. 2

$$AFC(k) = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} x_t x_{t+k}}{\sum_{t=1}^N x_t^2}$$

où k est le retard ("lag") et N la longueur de la série égale à 3379 dans le cas présent.

L'ACF est une fonction discrète qui révèle la structure interne de la série, en particulier le lien linéaire qui s'établit entre des valeurs de la série par suite de la variation de leur distance mutuelle. L'AFC de la série $\{a_1\}$ est montrée en Fig. 2, où apparaît clairement la présence d'une forte composante périodique de période 112 (ces unités sont arbitraires mais elles sont les mêmes que celles de la Fig. 1). Les AFC des autres séries montrent un comportement analogue.

Il importe de noter que les séries chronologiques obtenues dans le domaine de l'industrie mécanique contiennent souvent une forte composante périodique. L'approche qu'on illustrera maintenant va donc au-delà de la présente application, ayant un contenu méthodologique plus général.

La périodicité inhérente à la série exclut l'analyse dans le domaine du temps et demande que celle-ci soit transférée au domaine de la fréquence, dans lequel au moyen de la transformée finie de Fourier chaque série de N valeurs est développée en $N/2$ composantes périodiques orthogonales - avec période $T_p = N/p$, $p = 1, 2, \dots, N/2$ - appelées périodes harmoniques, dont on peut estimer l'amplitude et la phase.

Or la variance totale d'une série peut être répartie dans les contributions de composantes périodiques statistiquement indépendantes aux différentes périodes harmoniques T_p , grâce au Périodogramme qui fournit les contributions à la variance des composantes périodiques et qui est défini ainsi :

$$I_p = N(A_{2p}^2 + B_{2p}^2)/2$$

où A_p et B_p sont les coefficients des cosinus et des sinus dans la transformée finie de Fourier.

Le Périodogramme calculé sur les 3379 valeurs des séries a montré, comme en Fig. 3, que dans toutes les séries la période fondamentale était de 112 unités (ce sont les

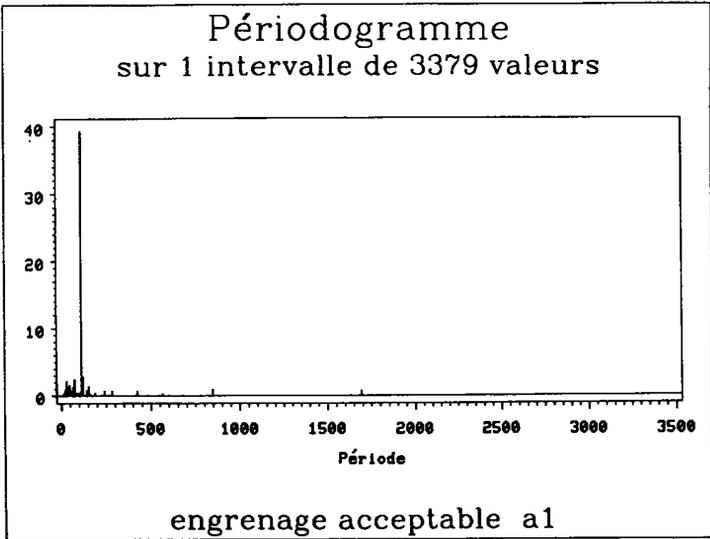


FIG. 3

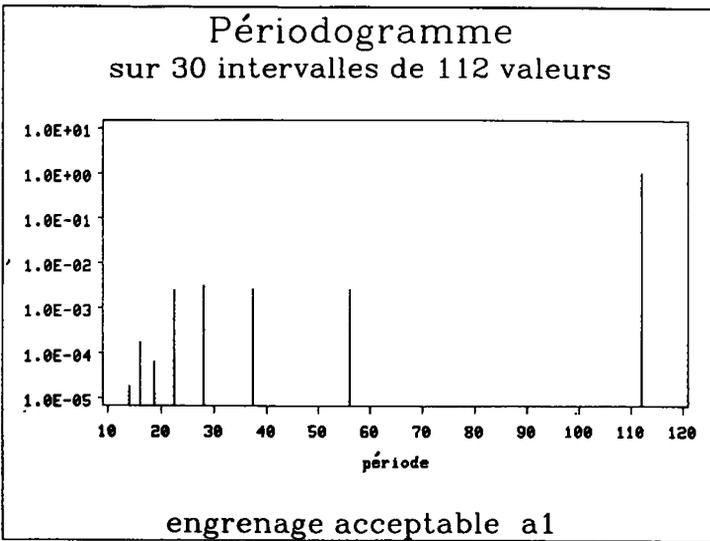


FIG. 4

unités de la Fig. 1). Cette valeur a une signification physique précise due à l'usinage mécanique qui avait découpé 4 dents à la fois dans chaque engrenage. Comme une rotation complète est effectuée en 1690 valeurs environ (il s'agit toujours des unités utilisées plus haut) le quatorze de dents a une période de rotation de $1690/(59/4) = 114.6$ qui est très proche de la valeur trouvée (112). Ceci signifie que ce n'est pas une dent prise individuellement qui est responsable des défauts d'engrènement éventuels, mais que c'est le quatorze de dents ; par conséquent le Périodogramme doit être calculé sur 112 valeurs de la série.

Le fait de limiter l'analyse à 112 valeurs peut comporter la présence de valeurs douteuses ("choppiness") dans le Périodogramme (*). On peut obvier à cet inconvénient en utilisant des filtres appropriés ou bien en prenant en considération la moyenne arithmétique des Périodogrammes calculés sur des intervalles successifs de 112 valeurs chacun.

TABLEAU DES AMPLITUDES DU PERIODOGRAMME
AUX DIFFERENTES PERIODES

	112	56	37.3	28	22.4	18.6	16	14
a1	1.13093	.00472	.00478	.00551	.00462	.00008	.00033	.00003
a2	.20029	.00383	.03390	.11713	.03656	.00013	.00548	.00746
a3	.41592	.02178	.05912	.13139	.01956	.00023	.00208	.00146
a4	2.55717	.03226	.00177	.02869	.00481	.00026	.00553	.00027
a5	.82487	.04922	.05916	.08593	.06485	.00318	.00336	.00007
a6	.53510	.01791	.00125	.10691	.00115	.00909	.00099	.00757
a7	7.04700	.00511	.09251	.09259	.06500	.01545	.00372	.00359
a8	.46362	.11343	.00800	.10484	.00788	.00737	.00223	.03112
a9	.89805	.00352	.02091	.02811	.00110	.00175	.00237	.00118
a0	1.49728	.01292	.00601	.23047	.00741	.00230	.00023	.00518
..								
i1	.61558	.02686	.06943	.02863	.00656	.00085	.00121	.00032
i2	17.6097	.1477	.0349	.1622	.0043	.0016	.0012	.0003
i3	.22183	.00250	.00905	.01693	.00004	.00021	.00213	.00463
i4	2.27274	.00797	.02560	.23303	.00069	.00042	.00017	.00011
i5	1.51036	.00904	.00299	.03535	.00210	.00035	.00061	.00079
i6	2.86492	.00432	.00102	.25931	.00072	.00018	.00011	.00033
i7	2.29176	.03677	.01912	.45596	.00069	.00171	.00537	.00595
i8	7.98483	.00356	.00019	.00086	.02863	.00656	.00354	.00439
i9	.43350	.23419	.09375	.04910	.02128	.00371	.00057	.00015
i0	42.3599	.3573	.6623	.0183	.0260	.0153	.0057	.0003

Tableau 1

(*) Ceci parce que le Périodogramme est un estimateur non déformé, mais inconsistant, de la fonction de densité spectrale.

NOMS MASSES DISTO2 *	COORDONNEES						CONTRIBUTIONS ABSOLUES						COSINUS CARRES							
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6		
56	0.262	0.50	-0.52	0.10	-0.46	-0.07	0.00	0.0	11.3	1.0	57.8	3.6	0.1	0.0	0.55	0.02	0.42	0.01	0.00	0.0
37.3	0.290	0.77	-0.77	0.23	0.35	0.03	0.00	0.0	27.3	6.0	56.2	0.6	0.8	0.0	0.78	0.07	0.16	0.00	0.00	0.0
28	0.398	0.94	-0.97	0.04	0.03	0.03	0.00	0.0	58.6	0.2	0.5	0.9	0.0	0.0*	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0
22.4	0.029	6.41	-0.66	-2.41	-0.08	0.43	0.06	0.0	2.0	68.6	0.2	15.4	12.9	0.0	0.07	0.90	0.00	0.03	0.00	0.0
18.6	0.010	2.90	-0.65	-1.52	0.20	-0.25	0.0	0.0	6.0	9.0	0.4	1.9	75.6	0.0	0.14	0.80	0.01	0.02	0.02	0.0
16	0.007	2.72	-0.05	-1.40	0.48	-0.69	-0.0	0.0	5.1	1.5	9.2	8.4	0.0	0.00	0.72	0.08	0.18	0.00	0.0	0.0
14	0.005	10.57	-0.39	-2.36	0.77	-2.06	0.06	0.0	0.1	12.1	3.4	68.4	2.3	0.0	0.01	0.53	0.06	0.40	0.00	0.0
ELEMENTS SUPPLEMENTAIRES																				
112	****	1.06	-0.45	-0.59	0.12	0.14	-0.47	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.0	0.0	0.0	0.19	0.33	0.01	0.02	0.21	0.0

NOMS MASSES DISTO2 *	COORDONNEES						CONTRIBUTIONS ABSOLUES						COSINUS CARRES							
	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6		
11	0.042	0.30	-0.42	-0.00	0.32	0.10	0.10	0.0	1.2	0.0	4.4	1.2	47.4	0.0	0.59	0.00	0.33	0.03	0.03	0.0
12	0.25	0.17	0.07	-0.46	-0.06	-0.03	0.0	0.0	0.5	0.2	24.0	1.2	10.4	0.0	0.12	0.02	0.84	0.01	0.00	0.0
13	0.011	3.49	-0.34	-0.64	0.65	-1.59	0.05	0.0	0.2	1.9	5.0	83.7	3.0	0.0	0.03	0.12	0.12	0.73	0.00	0.0
14	0.085	0.94	-0.94	0.09	0.16	0.13	0.02	0.0	11.8	0.3	2.2	4.5	4.1	0.0	0.94	0.01	0.03	0.02	0.00	0.0
15	0.016	0.46	-0.63	-0.21	-0.07	-0.07	0.03	0.0	1.0	0.3	0.1	0.2	1.3	0.0	0.88	0.10	0.01	0.01	0.00	0.0
16	0.084	1.39	-1.17	-0.05	0.09	0.13	-0.02	0.0	18.1	0.1	0.7	4.3	3.4	0.0	0.98	0.00	0.01	0.01	0.00	0.0
17	0.166	0.97	-0.97	-0.01	0.08	-0.05	-0.02	0.0	24.8	0.0	1.0	1.1	10.0	0.0	0.99	0.00	0.01	0.00	0.00	0.0
18	0.015	19.88	-0.60	-3.93	0.16	0.24	-0.02	0.0	0.9	93.1	0.4	2.7	1.0	0.0	0.02	0.97	0.00	0.00	0.00	0.0
19	0.127	0.62	-0.51	-0.06	-0.60	-0.04	0.03	0.0	5.2	0.2	46.9	0.5	12.4	0.0	0.42	0.01	0.57	0.00	0.00	0.0
10	0.343	0.74	-0.82	0.17	0.21	-0.02	-0.01	0.0	36.3	3.9	15.3	0.5	7.0	0.0	0.90	0.04	0.06	0.00	0.00	0.0
ELEMENTS SUPPLEMENTAIRES																				
A1	0.006	1.48	-0.25	-1.00	-0.08	0.45	0.42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.04	0.67	0.00	0.14	0.12	0.0
A2	0.065	0.39	-0.39	-0.99	0.30	0.01	0.39	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.11	0.71	0.07	0.00	0.11	0.0
A3	0.074	0.29	-0.31	-0.28	0.21	0.18	-0.10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.32	0.28	0.15	0.11	0.13	0.0
A4	0.084	1.54	-0.10	-0.43	-0.47	-0.27	-0.17	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01	0.16	0.20	0.06	0.03	0.0
A5	0.046	1.34	-0.19	-1.09	-0.03	0.54	0.40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01	0.70	0.00	0.18	0.09	0.0
A6	0.087	1.94	-0.16	-0.21	0.06	-0.54	-0.04	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.45	0.13	0.01	0.14	0.15	0.0
A7	0.088	2.48	-0.17	-0.65	-0.21	0.52	0.04	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01	0.76	0.08	0.14	0.00	0.0
A8	0.019	0.44	-0.16	-0.19	0.48	-0.19	-0.26	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.01	0.17	0.02	0.67	0.00	0.0
A0	0.083	1.03	-0.98	-0.17	0.09	-0.03	0.04	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.06	0.07	0.53	0.08	0.15	0.0

Tableau 2

Ce procédé n'a pourtant pas été suivi ici pour des raisons de temps, car l'analyse devra ensuite se dérouler en temps réel ; au contraire, on a préféré réduire le bruit en cumulant des intervalles successifs de série de 112 valeurs dont on a calculé la moyenne, et établir le Périodogramme sur cet intervalle moyen. Un exemple en est montré en Fig. 4. Cette démarche peut être justifiée par le fait que les résultats auxquels on aboutit sont satisfaisants.

Les amplitudes des 20 périodogrammes ainsi calculés sont comparables entre elles exclusivement en ce qui concerne les périodes harmoniques 112, 56, 37.3, 28, 22.4, 18.6, 16 et 14 tandis qu'elles sont négligeables pour des périodes inférieures. Les variances des séries sont donc presque complètement réparties dans les 8 premières composantes, qui sont alors prises comme paramètres caractérisant les 3379 valeurs de chaque série, comme il est montré au Tab. 1.

6 Pattern recognition :

On a effectué le procédé de discrimination entre les classes d'engrenages en soumettant les indicateurs du Tab. 1 à l'analyse des correspondances.

Etant donné que les lignes, se référant à deux classes d'engrenages différentes, ne sont pas homogènes, par le principe d'homogénéité l'une des deux classes devra être posée comme supplémentaire. Un simple raisonnement peut faciliter le choix. Les engrenages acceptables devraient avoir des séries chronologiques et des périodogrammes assez semblables les uns aux autres (bien que ceci n'apparaisse pas dans la lecture des graphiques) et par conséquent leurs points-lignes vont être assez concentrés. Les points relatifs aux engrenages inacceptables devraient être plus dispersés ayant des points-lignes sur le premier plan factoriel. De celle-ci comme des données du Tab. 2 il apparaît clairement que les points sont bien représentés dans un espace à 3 dimensions (96,5% de l'inertie) et que ceux relatifs aux engrenages acceptables se groupent dans un nuage de dimensions limitées, tandis que ceux relatifs à des engrenages inacceptables sont tous extérieurs au nuage et dispersés. Les points i_3 et i_5 , qui figurent à l'intérieur du nuage en Fig. 5, sont en réalité extérieurs au nuage dans l'espace factoriel à 3 dimensions.

La conclusion que l'on peut en tirer est qu'un engrenage ne connaît qu'une manière d'être acceptable, tandis qu'il existe plusieurs façons d'être inacceptable. De plus sur les trois premiers plans factoriels la proximité de certains points relatifs à des engrenages inacceptables, de valeurs spécifiques de la période, fournit des indices utiles à repérer le type de défaut. Cette partie proprement technique sera l'affaire de l'ingénieur mécanique. Défauts divers. Pour la stabilité de la représentation il convient donc de prendre les lignes se référant à des engrenages inacceptables comme des éléments principaux et les autres comme supplémentaires.

L'analyse qui a été effectuée a révélé ce fait ainsi qu'une forte prédominance, comme il résulte également du Tab. 1, de la variable relative à la période 112. C'est pourquoi celle-ci a été posée comme supplémentaire et que l'analyse a été répétée. Les résultats figurent au Tab. 2, alors que la Fig. 5 montre la représentation des points-

lignes sur le premier plan factoriel . De celle-ci comme des données du Tab. 2 il apparaît clairement que les points sont bien représentés dans un espace à trois dimensions (96,5% de l'inertie) et que ceux relatifs aux engrenages acceptables se groupent dans un nuage de dimensions limitées, tandis que ceux relatifs à des engrenages inacceptables sont tous extérieurs au nuage et dispersés. Les points i3 et i5, qui figurent à l'intérieur du nuage en Fig. 5, sont en réalité extérieurs au nuage dans l'espace à trois dimensions.

La conclusion que l'on peut en tirer est qu'un engrenage ne connaît qu'une manière d'être acceptable, tandis qu'il existe plusieurs façons d'être inacceptable. De plus sur les trois premiers plans factoriels la proximité de certains points relatifs à des engrenages inacceptables, de valeurs spécifiques de la période, fournit des indices utiles à repérer le type de défaut. Cette partie proprement technique sera l'affaire de l'ingénieur mécanique.

Pour simuler le procédé de discrimination et contrôler la stabilité de la représentation, en raison de l'étendue réduite de l'échantillon, on a répété l'analyse en prenant comme actives seulement 9 des lignes inacceptables et en traitant les lignes restantes comme supplémentaires. Les points sont toujours tombés au dehors du nuage des points acceptables ou sont restés à proximité du bord externe comme c'est le cas pour i5 et, dans une moindre mesure, pour i3, confirmant qu'il est possible d'obtenir une représentation suffisamment stable même pour des échantillons peu nombreux.

7 Conclusion :

On voit donc clairement comment devra fonctionner le mécanisme de discrimination. Les paramètres qui intéressent, à savoir : période fondamentale T , nombre de périodes à accumuler nT , nombre d'amplitudes du périodogramme à retenir nA , vecteurs propres, origine et rayon du nuage des points acceptables - sont mis en mémoire dans un microprocesseur relié à la sortie de la machine automatique. Ces données doivent être obtenues à partir d'un échantillon assez nombreux et doivent se référer à des engrenages ayant le même nombre de dents que ceux qui vont être examinés.

Dès que l'un de ces engrenages est placé dans la machine automatique le microprocesseur

- acquiert et cumule nT intervalles de série, chacun d'une longueur T ;
- divise par nT chaque valeur de l'intervalle moyen ainsi obtenu, retenant en mémoire nA valeurs ;
- calcule les coordonnées du point et le projette comme supplémentaire dans l'espace factoriel: s'il tombe à l'intérieur du nuage l'engrenage est accepté, sinon il est rejeté.

Si l'échantillon n'est pas très nombreux, comme c'est le cas pour l'exemple que l'on vient d'illustrer, un critère alternatif peut consister à contrôler que le point tombe à l'intérieur du polygone des points acceptables sur l'ensemble des trois premiers plans factoriels.

L'opération de discrimination peut être en même temps visualisée sur l'écran d'un terminal.



N° 3 (juillet-septembre 1986) Numéro spécial « déficit public »

FITOUSSI, MUET	Introduction
Patrick ARTUS	Les dépenses publiques et leur mode de financement en économie ouverte avec changes flexibles : efficacité et stabilité de l'économie
Jürgen EICHBERGER	On the Efficacy of Fiscal Policy
Edmund S. PHELPS	The Significance of Customers Markets for the Effects of Budgetary Policy in Open Economies
Olivier BLANCHARD Lawrence S. SUMMERS	Perspectives sur les taux d'intérêts réels élevés dans le monde entier
Robert EISNER Paul J. PIEPER	Dette et déficit gouvernementaux, mesure et effets
Denis KESSLER Sergio PERELMAN Pierre PESTIEAU	L'hypothèse d'équivalence entre impôt et emprunt : un test sur les pays de l'OCDE

N° 4 (octobre-décembre 1986)

Alain TRANHOY	Paradoxe global des transferts et multiplicité des équilibres : deux résultats
J. P. FLORENS M. MOUCHART	Exhaustivité, ancillarité, identification en statistique bayésienne
Antoine d'AUTUME Philippe MICHEL	Déséquilibre général et investissement
Jacques ROUAULT Pierre CAPY	Comment évaluer un nombre de catégories par échantillonnage
J. C. BERTHELEMY J. G. DEVEZEAUX DE LAVERGNE N. LADOUX	Une analyse de la dynamique des comportements de substitution de facteurs dans cinq branches de l'économie française
Jan R. MAGNUS	The Exact Moments of a Ratio of Quadratic Forms in Normal Variables

IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, France

Dépôt légal : juin 1987. Imprimeur 3008 Éditeur 032 CPPP 57373

BORDAS-Dunod 1987

Le Directeur de la publication : J.-M. BOURGOIS

Imprimé en France