CAHIERS DE
TOPOLOGIE ET GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE
CATÉGORIQUES

FRANCIS BORCEUX

Complétion universelle des catégories

Cahiers de topologie et géométrie différentielle catégoriques, tome 13, nº 4 (1972), p. 369-376

<http://www.numdam.org/item?id=CTGDC_1972__13_4_369_0>

CAHIERS DE TOPOLOGIE ET GEOMETRIE DIFFERENTIELLE — *Vol. XIII-4*

COMPLETION UNIVERSELLE DES CATEGORIES

par Francis BORCEUX

Etant donné une catégorie $C^{\cdot}$, existe-t-il une catégorie $\hat{C}^{\cdot}$ complète à gauche et à droite dont $C^{\cdot}$ soit une sous-catégorie? ISBELL (cfr. [6]) et EHRESMANN (cfr. [4]) ont exhibé diverses catégories $\hat{C}^{\cdot}$ répondant à la question. Trois propriétés importantes sont souhaitées pour la catégorie $\hat{C}^{\cdot}$, à savoir le caractère universel de cette complétion, le caractère plein de $C^{\cdot}$ dans $\hat{C}^{\cdot}$ et la commutation aux limites de l'inclusion canonique $(\hat{C}^{\cdot}, i, C^{\cdot})$.

La solution proposée par ISBELL est telle que l'inclusion canonique soit pleine et commute aux limites; quant à EHRESMANN, il propose deux solutions de type universel telles que la première présente une inclusion pleine de $C^{\cdot}$ dans $\hat{C}^{\cdot}$ et la seconde une inclusion commutant aux limites.

Le but de cet article est de montrer que la seconde solution proposée par EHRESMANN peut en fait être considérée comme la solution idéale en ce sens que l'inclusion canonique de $C^{\cdot}$ dans $\hat{C}^{\cdot}$ commute aux limites mais est également pleine (théorème 15) et que cette solution possède un caractère universel non seulement par rapport aux foncteurs, mais aussi par rapport aux transformations naturelles. L'extension de la propriété universelle aux transformations naturelles est d'ailleurs valable également pour la première complétion proposée par EHRESMANN (théorème 13).

Les résultats contenus dans cet article ont en fait constitué l'essentiel d'un mémoire présenté à l'université de Louvain en 1970 en vue de l'obtention du grade de licencié en Sciences. Ils ne sont qu'une modeste contribution aux travaux du Professeur C. EHRESMANN sur les problèmes de complétion des catégories. Je remercie Madame A. BASTIANI dont une remarque judicieuse a permis de simplifier nettement la démons-

tration du théorème 6.

Pour des raisons de commodité, nous adoptons les notations et la numérotation des résultats telles qu'on les trouve dans l'article de C. EHRESMANN (cfr. [4]). Si $C^{\cdot}$ est une catégorie, $\boxminus C^{\cdot}$ est la catégorie de ses quatuors (ou carrés commutatifs). Une transformation naturelle $(\Phi', \underline{t}, \Phi)$ d'un foncteur Φ de $I^{\cdot}$ vers $C^{\cdot}$ vers un foncteur Φ' est identifiée au foncteur vers $\boxminus C^{\cdot}$ correspondant (qui associe $(\Phi'(k), t(\beta_k), t(\alpha_k), \Phi(k))$ à $k \in I^{\cdot}$).

Plaçons-nous dans la situation décrite au début de la seconde partie de [4]. $\mathfrak{M}_0$ et $\hat{\mathfrak{M}}_0$ sont deux univers tels que $\mathfrak{M}_0 \in \hat{\mathfrak{M}}_0$ et $\mathfrak{M}_0 \subset \hat{\mathfrak{M}}_0$ et $\tilde{\mathfrak{M}}_0$ l'ensemble des éléments de $\hat{\mathfrak{M}}_0$ équipotents à un éléments de $\mathfrak{M}_0$. Introduisons en outre l'hypothèse que l'univers $\mathfrak{M}_0$ contient un ensemble infini : cette hypothèse nous semble en effet nécessaire pour justifier, dans la démonstration du théorème 5, l'égalité $\omega_\Lambda = \Lambda$ (cfr. [4]).

Désignons par $\mathfrak{I}$ un ensemble de catégories choisies dans l'univers $\mathfrak{M}_0$. Dès lors $\mathfrak{F}_0^{\mathfrak{I}}$ désigne l'ensemble des couples $(C^{\cdot}, \nu)$, où $C^{\cdot}$ est une catégorie dont l'ensemble des morphismes appartient à $\mathfrak{M}_0$ et ν un «choix» de limites projectives sur $C^{\cdot}$ pour les foncteurs $\Phi = (C^{\cdot}, \underline{\Phi}, I^{\cdot})$ où $I^{\cdot} \in \mathfrak{I}$; la catégorie des foncteurs entre éléments de $\mathfrak{F}_0^{\mathfrak{I}}$ «compatibles avec les choix de limites» est notée $\mathfrak{F}^{\mathfrak{I}}$. Enfin $\mathfrak{F}_0'^{\mathfrak{I}}$ est définie de même en remplaçant les choix de limites projectives par des «choix partiels». Les catégories analogues relatives à l'univers $\hat{\mathfrak{M}}_0$ sont désignées par $\hat{\mathfrak{F}}^{\mathfrak{I}}$ et $\hat{\mathfrak{F}}'^{\mathfrak{I}}$. Le résultat suivant est purement technique :

THEOREME 5 et LEMME 6. *Supposons* $\mathfrak{I} \in \tilde{\mathfrak{M}}_0$, $(C^{\cdot}, \nu) \in \hat{\mathfrak{F}}^{\mathfrak{I}}$ *et* $M \subset C$. *Soit* $(\hat{M}^{\cdot}, \hat{\nu})$ *la complétion* $\mathfrak{I}$*-projective de* M *dans* $(C^{\cdot}, \nu)$ - (*c'est-à-dire la plus petite sous-catégorie de* $C^{\cdot}$ *stable pour les choix de limites et contenant* M) -. *Si* $M \in \tilde{\mathfrak{M}}_0$, *on a* $\hat{M} \in \tilde{\mathfrak{M}}_0$. *Si* $M^{\cdot}$ *est une sous-catégorie de* $C^{\cdot}$ *telle que :*

(*A*) *si* $\Phi = (C^{\cdot}, \underline{\Phi}, I^{\cdot}) \in \hat{\mathfrak{F}}.\mathfrak{I}$ (= *ensemble des foncteurs dont la source appartient à* $\mathfrak{I}$ *et de but* $C^{\cdot}$) *et si* $Lim^{\nu}\Phi \in M$, *on a* $\Phi(I) \subset M$ *et* $(M^{\cdot}, \underline{\Phi}, I^{\cdot})$ *admet* $(\boxminus M^{\cdot}, \underline{\nu(\Phi)}, I^{\cdot})$ *pour limite projective naturalisée.*

(*B*) *pour tout objet* $e \in C_0^{\cdot} - M_0^{\cdot}$ *il existe au plus un foncteur* $\Phi = (C^{\cdot}, \underline{\Phi}, I^{\cdot})$

$\in \hat{\mathcal{F}} . \mathcal{I}$ *tel que* $Lim^\nu \Phi = e$,

alors $M^\cdot$ *est pleine dans* $\hat{M}^\cdot$ *; si de plus* $\mathfrak{U}$ *est un univers,* $M^\cdot$ *une* $\mathfrak{U}$*-catégorie (c'est-à-dire que les ensembles de morphismes de but et de source fixés appartiennent à* $\mathfrak{U}$*) et si* $I \in \mathfrak{U}$ *pour tout* $I^\cdot \in \mathcal{I}$*, alors la catégorie* $\hat{M}^\cdot$ *est aussi une* $\mathfrak{U}$*-catégorie.*

Nous avons donc remplaçé les deux hypothèses

(A') $Lim^\nu \Phi \in M$ quel que soit $\Phi \in C^\cdot . \hat{\mathcal{F}} . \mathcal{I}$,

(B') le foncteur Lim^ν est injectif sur les objets,

qui apparaissaient dans le théorème 5 de [4] par les hypothèses plus faibles (A) et (B). Le lemme 6 de [4] a consisté à prouver que l'hypothèse (A') pouvait être remplacée par l'hypothèse (A) sans altérer le résultat; il reste à vérifier qu'il en est de même pour les hypothèses (B) et (B').

Dans le théorème 5, la démonstration du fait que $N_\lambda = M_\lambda$ reste valable sous les hypothèses affaiblies; en effet, l'hypothèse (B') y est utilisée deux fois et chaque fois l'hypothèse (B) suffit:

p. 58, l.19: par hypothèse, $\alpha(m') \notin M$;

p.60, l.10: $\tilde{m}' = p_i(\Phi) \notin M_{\lambda'}$; si $Lim^\nu \Phi = \alpha(\tilde{m}') \in M$, alors $\Phi(I^\cdot) \subset M$ (hypothèse A) et $p_i(\Phi) \in M \subset M_{\lambda'}$ (hypothèse A), d'où une contradiction; donc $\alpha(\tilde{m}') = \beta(m_n) \notin M$. En outre la démonstration du théorème 5 peut être utilisée sans modification pour prouver que $M^\cdot = M^\cdot_1$ est une sous-catégorie pleine de $M^\cdot_2$.

Enchaînons alors avec la démonstration du lemme 6 où l'hypothèse (B') est utilisée une fois de plus; à nouveau l'hypothèse (B) suffit:

p.141, l. -3: si $Lim^\nu \Phi = \beta(m_1) \in M$, $\Phi(I^\cdot) \subset M$ (hypothèse A) et donc $\beta(\underline{\Phi}) \subset M_1$ avec $1 < \lambda'$ puisque $\lambda > 2$; si $Lim^\nu \Phi = \beta(m_1) \in M_{\lambda'} - M$ vu l'hypothèse (B) et la définition de $M_{\lambda'}$, il existe

$$\xi < \lambda' \text{ tel que } \beta(\underline{\Phi}) \subset M^\cdot_\xi .$$

Soit $p^\mathcal{I}$ le foncteur d'oubli de $\mathcal{F}^\mathcal{I}$ vers la catégorie $\mathcal{F}$ des foncteurs. Nous allons maintenant relativiser par rapport à $\mathcal{F}$ la propriété universelle vérifiée par la $p^\mathcal{I}$-structure libre en cause dans le théorème 6.

THEOREME 6. *Soit* $\mathcal{I} \subset \mathcal{F}_0$ *et* $\mathcal{I} \in \tilde{\mathfrak{M}}_0$. *Tout* $H^\cdot \in \mathcal{F}_0$ *admet une complétion*

$\mathfrak{I}$-projective $(\hat{H}^{\cdot}, \hat{\nu})$ - (c'est-à-dire une $p^{\mathfrak{I}}$-structure libre) - ayant les propriétés suivantes :

1) $\hat{\nu}$ est injective et $H^{\cdot}$ est une sous-catégorie pleine de $\hat{H}^{\cdot}$,

2) $(\hat{H}^{\cdot}, \hat{\nu})$ est une $p^{\mathfrak{I}}$-structure libre engendrée par $H^{\cdot}$ relativement à $\mathfrak{F}$,

3) si I appartient à l'univers $\mathfrak{U}$ pour tout $I^{\cdot} \in \mathfrak{I}$ et si $H^{\cdot}$ est une $\mathfrak{U}$-catégorie, $\hat{H}^{\cdot}$ est une $\mathfrak{U}$-catégorie.

Le caractère relatif de la $p^{\mathfrak{I}}$-structure libre $(\hat{H}^{\cdot}, \hat{\nu})$ indique (cfr. [2]) que l'on a un isomorphisme de catégories

$$\mathfrak{N}((H'^{\cdot}, \nu'), (\hat{H}^{\cdot}, \hat{\nu}))^{\square\square} \cong \mathfrak{N}(H'^{\cdot}, H^{\cdot})^{\square\square}$$

pour tout élément $(H'^{\cdot}, \nu') \in \mathfrak{F}_0^{\mathfrak{I}}$ et non seulement une bijection entre les ensembles d'objets; on exige bien sûr le caractère naturel en $(H'^{\cdot}, \nu')$ des isomorphismes en question.

Soient donc $(H'^{\cdot}, \nu') \in \mathfrak{F}_0^{\mathfrak{I}}$, $\Phi = (H'^{\cdot}, \underline{\Phi}, H^{\cdot}) \in \mathfrak{F}$, $\Psi = (H'^{\cdot}, \underline{\Psi}, H^{\cdot}) \in \mathfrak{F}$ et $T = (\Psi, \tau, \Phi) \in \mathfrak{N}(H'^{\cdot}, H^{\cdot})^{\square\square}$. Notons $\hat{\Phi} = ((H'^{\cdot}, \nu'), \hat{\underline{\Phi}}, (\hat{H}^{\cdot}, \hat{\nu})) \in \mathfrak{F}^{\mathfrak{I}}$ et $\hat{\Psi} = ((H'^{\cdot}, \nu'), \hat{\underline{\Psi}}, (\hat{H}^{\cdot}, \hat{\nu})) \in \mathfrak{F}^{\mathfrak{I}}$ les uniques extensions des foncteurs Φ et Ψ. Il s'agit de prouver que la transformation naturelle T s'étend de manière unique en une transformation naturelle $\hat{T} = (\hat{\Psi}, \hat{\tau}, \hat{\Phi})$.

La donnée de la transformation naturelle T est équivalente à la donnée d'un foncteur T' de $H^{\cdot}$ vers $\boxminus H'^{\cdot}$. En outre le choix ν' de limites projectives sur $H'^{\cdot}$ s'étend en un choix $\boxminus \nu'$ de limites projectives sur $\boxminus H'^{\cdot}$, de manière à fournir un objet $(\boxminus H'^{\cdot}, \boxminus \nu')$ de $\mathfrak{F}_0^{\mathfrak{I}}$; en effet, si $I^{\cdot} \in \mathfrak{I}$ et $\Theta = (\boxminus H'^{\cdot}, \underline{\Theta}, I^{\cdot})$ est un foncteur, notons $\theta' = (\theta_2, \underline{\theta}', \theta_1) \in \mathfrak{N}(H'^{\cdot}, H^{\cdot})^{\square\square}$ la transformation naturelle correspondante : nous définissons simplement $\boxminus \nu'(\Theta) = \nu'(\theta')$ - (unique factorisation de $\nu'(\theta_1)$ vers $\nu'(\theta_2)$ induite par la transformation naturelle θ'). Dès lors $T' = ((\boxminus H'^{\cdot}, \boxminus \nu'), \underline{T}', (H^{\cdot}, \nu))$ est un morphisme de $\mathfrak{F}'^{\mathfrak{I}}$ et son unique extension $\hat{T}' = ((\boxminus H'^{\cdot}, \boxminus \nu'), \hat{\underline{T}}', (\hat{H}^{\cdot}, \hat{\nu})) \in \mathfrak{F}^{\mathfrak{I}}$ fournit la transformation naturelle $\hat{T} = (\hat{\Psi}, \hat{\tau}, \hat{\Phi})$ cherchée.

Les raffinements techniques du théorème 5 tels qu'ils ont été exposés ci-dessus nous permettent maintenant de montrer que la complétion $\mathfrak{I}$-projective $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\mu})$ de $(H^{\cdot}, \mu)$ en cause dans le théorème 10 est en fait telle que $H^{\cdot}$ soit pleine dans $\tilde{H}^{\cdot}$. On remarquera en outre (corollaire du théorème 5) que cette complétion présente une propriété universelle qui se relativise par rapport à $\mathfrak{F}$. Notons $q^{\mathfrak{I}}$ l'inclusion canonique de $\mathfrak{F}^{\mathfrak{I}}$ dans $\mathfrak{F}'^{\mathfrak{I}}$.

THEOREME 10 et COROLLAIRE DU THEOREME 5.

Supposons $(H^{\cdot}, \mu) \in \mathfrak{F}'^{\mathfrak{I}}$. *Il existe une complétion $\mathfrak{I}$-projective* $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\mu})$ *de* $(H^{\cdot}, \mu)$ *et elle possède les propriétés suivantes :*

1) $H^{\cdot}$ *est isomorphe à une sous-catégorie pleine de* $\tilde{H}^{\cdot}$,

2) $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\mu})$ *est une* $q^{\mathfrak{I}}$*-structure libre engendrée par* $(H^{\cdot}, \mu)$ *relativement à* $\mathfrak{F}$,

3) $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\mu})$ *est une* $q^{\mathfrak{I}}$*-structure quasi-quotient d'une* $p^{\mathfrak{I}}$*-structure libre engendrée par* $H^{\cdot}$ *relativement à* $\mathfrak{F}$.

On sait que $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\mu})$ est une $q^{\mathfrak{I}}$-structure libre engendrée par $(H^{\cdot}, \mu)$ en vertu du corollaire du théorème 5 de [4]; le caractère relatif à $\mathfrak{F}$ de cette situation se vérifie par des raisonnements analogues à ceux développés ci-dessus dans la démonstration du théorème 6. Il reste à vérifier le caractère plein de $H^{\cdot}$ dans $\tilde{H}^{\cdot}$. Nous utiliserons pour cela la généralisation du théorème 5 établie ci-dessus.

Tout d'abord l'argumentation développée pour établir le caractère injectif de $\hat{\nu}$ dans le théorème 6 s'étend telle quelle pour prouver que l'hypothèse (B) du théorème 5 est vérifiée dans le cas présent. Il reste à voir que l'hypothèse (A) du théorème 5 est également vérifiée.

Notons $i_1 = ((\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\mu}), \underline{i}_1, (H^{\cdot}, \mu)) \in \mathfrak{F}'^{\mathfrak{I}}$ l'inclusion canonique. Soit $F = (\tilde{H}^{\cdot}, \underline{F}, I^{\cdot})$ où $I^{\cdot} \in \mathfrak{I}$ un foncteur tel que $i_1(e) = Lim^{\tilde{\mu}}(F) \in H^{\cdot}_0$; il faut démontrer que $\tilde{\mu}(F) \subset \square H^{\cdot}$. Procédons par l'absurde. Notons $\tilde{\tilde{H}}^{\cdot}$ la catégorie équivalente à $\tilde{H}^{\cdot}$ obtenue en ajoutant à $\tilde{H}^{\cdot}$ un objet e_0 isomorphe à e. Notons $i_2 = (\tilde{\tilde{H}}^{\cdot}, \underline{i}_2, \tilde{H}^{\cdot})$ l'inclusion canonique et $i_3 = (\tilde{H}^{\cdot}, \underline{i}_3, \tilde{\tilde{H}}^{\cdot})$ le foncteur coïncidant avec l'identité sur $\tilde{H}^{\cdot}$ et tel que $i_3(e_0) = e$. Si $\Phi \in \tilde{\tilde{H}}^{\cdot}.\mathfrak{F}.\mathfrak{I}$, posons $\tilde{\tilde{\mu}}(\Phi) = \tilde{\mu}(i_3.\Phi)$ si $\Phi \neq i_2.F$ et $\tilde{\tilde{\mu}}(i_2.F)$ isomorphe à $\tilde{\mu}(F)$ et tel que $Lim^{\tilde{\tilde{\mu}}}(i_2.F) = e_0$. On a $(\tilde{\tilde{H}}^{\cdot}, \tilde{\tilde{\mu}}) \in \mathfrak{F}^{\mathfrak{I}}_0$ et $i_2.i_1 = ((\tilde{\tilde{H}}^{\cdot}, \tilde{\tilde{\mu}}), \underline{i_2.i_1}, (H^{\cdot}, \mu)) \in \mathfrak{F}'^{\mathfrak{I}}$ parce que $\tilde{\mu}(F) \not\subset \square H^{\cdot}$. Il existe donc un unique foncteur $j = ((\tilde{\tilde{H}}^{\cdot}, \tilde{\tilde{\mu}}), \underline{j}, (\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\mu})) \in \mathfrak{F}^{\mathfrak{I}}$ tel que $i_2.i_1 = j.i_1$. Mais $j.F = i_2.F$ car, si λ est le plus petit ordinal tel que $F(I^{\cdot}) \subset M_\lambda$ (on a posé $M = H$ et utilisé les notations du théorème 5), M_λ a été construit à partir de $H^\cdot$ et des foncteurs $\Phi \in M^\cdot_\xi . \mathfrak{F} . \mathfrak{I}$ où $\xi < \lambda$; comme F n'appartient pas à cette classe de foncteurs, j coïncide avec l'identité sur M_λ vu la définition de $\tilde{\tilde{\mu}}$.

$$\begin{tikzcd}
(H^\cdot , \mu) \arrow[r, "i_1"] \arrow[dr, "i_2 \cdot i_1"'] & (\tilde{H}^\cdot , \tilde{\mu}) \arrow[d, shift right=3, "j"'] \arrow[d, "i_2"] & I^\cdot \arrow[l, "F"'] \\
& (\tilde{\tilde{H}}^\cdot , \tilde{\tilde{\mu}}) \arrow[u, dashed, shift right=4, "i_3"']
\end{tikzcd}$$

Dès lors

$$e = (i_2 \cdot i_1)(e) = (j \cdot i_1)(e) = j(Lim^{\tilde{\mu}} F) = Lim^{\tilde{\tilde{\mu}}}(j \cdot F)$$
$$= Lim^{\tilde{\tilde{\mu}}}(i_2 \cdot F) = e_0 ,$$

d'où la contradiction, ce qui achève de prouver que $\tilde{\mu}(F) \subset \square H^\cdot$. En vertu du théorème 5, nous obtenons donc le caractère plein de $H^\cdot$ dans $\tilde{H}^\cdot$.

Les enrichissements de certains résultats de [4] tels qu'ils ont été décrits ci-dessus entraînent bien sûr des enrichissements correspondants des résultats du paragraphe II-3 concernant l'adjonction simultanée de limites inductives et projectives. Citons simplement les deux résultats principaux auxquels on aboutit. $\mathfrak{I}$ désigne un ensemble de catégories choisies dans l'univers $\mathfrak{M}_0$, $\mathfrak{F}^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$ la catégorie des foncteurs compatibles avec les choix de limites et définis entre les triplets $(C^\cdot , \nu , \mu)$ où $C^\cdot$ est une catégorie de $\mathfrak{M}_0$, ν un choix de limites projectives et μ un choix de limites inductives; $\mathfrak{F}'^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$ est définie comme $\mathfrak{F}^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$ en remplaçant les choix de limites par des choix partiels; $p^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$ est le foncteur d'oubli de $\mathfrak{F}^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$ vers $\mathfrak{F}$ et $q^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$ l'inclusion canonique de $\mathfrak{F}^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$ dans $\mathfrak{F}'^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$.

THEOREME 13. *Tout* $H^\cdot \in \mathfrak{F}_0$ *admet une* $\mathfrak{I}\mathfrak{I}$*-complétion* $(C^\cdot , \nu , \mu)$ *ayant les propriétés suivantes :*

1) $H^\cdot$ *est une sous-catégorie pleine de* $C^\cdot$ *,*

2) $(C^\cdot , \nu , \mu)$ *est une* $p^{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}$*-structure libre engendrée par* $H^\cdot$ *relativement* *à* $\mathfrak{F}$,

3) le foncteur somme de Lim^{ν} *et de* Lim^{μ} *est injectif.*

THEOREME 15 et COROLLAIRE DU THEOREME 12.

Tout $(H^{\cdot}, \nu, \mu) \in \mathfrak{F}'^{\mathfrak{J}}_{0}$ *admet une* $\mathfrak{J}$*-complétion* $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\nu}, \tilde{\mu})$ *ayant les propriétés suivantes :*

1) $H^{\cdot}$ *est une sous-catégorie pleine de* $\tilde{H}^{\cdot}$,

2) $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\nu}, \tilde{\mu})$ *est une* $q^{\mathfrak{J}}$*-structure libre engendrée par* $(H^{\cdot}, \nu, \mu)$ *relativement à* $\mathfrak{F}$,

3) $(\tilde{H}^{\cdot}, \tilde{\nu}, \tilde{\mu})$ *est une* $q^{\mathfrak{J}}$*-structure quasi-quotient d'une* $p^{\mathfrak{J}}$*-structure libre engendrée par* $H^{\cdot}$ *relativement à* $\mathfrak{F}$.

C'est ce dernier résultat qui était présenté dans l'introduction de cet article comme étant la solution idéale aux problèmes de complétion.

Bibliographie

[1] F. BORCEUX, *Problèmes universels de complétion des catégories,* Mémoire, Louvain (1970).

[2] F. BORCEUX, *Problèmes universels relatifs,* Rap. Sém. Math. Pure, Louvain (1972).

[3] C. EHRESMANN, *Catégories et structures,* Dunod, Paris (1965).

[4] C. EHRESMANN, Sur l'existence de structures libres et de foncteurs adjoints, *Cahiers Top. Géom. Diff., IX* (1967), 146 p.

[5] C. EHRESMANN, Structures quasi-quotient, *Math. Ann., 171* (1967), 293-363.

[6] J.R. ISBELL, Structure of categories, *Bull. A.M.S., 72* (1966), 619-655.

[7] W. SIERPINSKI, *Leçons sur les nombres transfinis,* Gauthier-Villars, Paris (1950).