JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

T. LOUA

Note pratique sur la construction et l'usage des tables de survie applicables à une population quelconque

Journal de la société statistique de Paris, tome 10 (1869), p. 182-185
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1869__10__182_0>

V.

Note pratique sur la construction et l'usage des tables de survie applicables à une population quelconque.

Les tables désignées sous le nom de *Tables de mortalité* et qu'il conviendrait d'appeler *de survie*, sont destinées à faire connaître combien, sur un nombre d'individus supposés nés au même instant, il reste de survivants après 1 an, 2 ans, 3 ans, jusqu'au terme le plus éloigné de l'existence humaine.

Ces tables sont d'une construction très-facile dans l'hypothèse d'une population stationnaire, c'est-à-dire d'une population où les décès sont annuellement remplacés par autant de naissances. Il suffit alors, en effet, de retrancher successivement de la somme des décès de tous les âges, les décès de 0 à 1 an, de 1 à 2 ans et ainsi de suite jusqu'à l'épuisement complet de tous les décès.

Mais le cas d'une population stationnaire est extrêmement rare, et les registres de l'état civil de la plupart des pays accusent annuellement un excédant plus ou moins considérable de naissances ou de décès. Il a fallu trouver une méthode qui permît de calculer une table de survie, dans le cas le plus général, c'est-à-dire pour une population plus ou moins progressive.

Grâce aux recherches de M. Quetelet et, après lui, d'un de nos confrères, M. Bertillon, ce problème nous paraît avoir été à peu près résolu, mais à la condition que les éléments dont on se sert, c'est-à-dire la population par âges, telle qu'elle résulte des recensements, et les décès par âges, tels que les fournit l'état civil, aient été relevés avec une exactitude suffisante. Or, c'est une condition à laquelle les recensements ne satisfont que dans une mesure assez imparfaite, surtout lorsqu'il s'agit des enfants en bas âge, et principalement de ceux de la première année.

Malgré ces restrictions, les tables dont il est question, sont bien moins fautives que les simples tables de décès, et elles ont l'avantage de ne reposer sur d'autre hypothèse que la constance de la mortalité observée à chaque âge pendant une génération complète, hypothèse sans laquelle il eût d'ailleurs été impossible de soumettre au calcul les résultats fournis par l'observation.

Quant à leur mécanisme, il est naturellement analogue à celui des tables de décès, avec cette différence toutefois, qu'au lieu de rapporter à un même nombre de naissances, des décès absolus qui n'ont entre eux aucun lien, on éteint successivement les naissances dont on part, par les décès qui résultent de la mortalité par âges, propre à la population qu'il s'agit d'observer.

Dès lors le problème ne consiste plus qu'à exprimer les décès de chaque âge, ainsi calculés, en fonction des survivants successifs et à égaler la somme de ces décès au chiffre des naissances initiales.

Mais ici quelques notions algébriques sont nécessaires, et nous allons les présenter aussi simplement que possible:

Appelons C_0, C_1, $C_2 \ldots C_n \ldots C_{n+1}$, etc., la série des coefficients mortuaires des âges successifs obtenus en divisant les décès par la population correspondante; désignons par S_0, S_1, $S_2 \ldots S_n \ldots S_{n+1}$; les survivants aux âges $0, 1, 2, n$ et $n + 1$; soit enfin δ la durée de chaque intervalle d'âge.

Avec ces données, rien n'est plus facile que de calculer, en fonction des survivants, le nombre des décès survenus entre deux âges successifs, n et $n + 1$ par exemple. C_n, c'est-à-dire celui des coefficients mortuaires qui s'applique à l'intervalle n à $n + 1$, exprime la chance mortuaire d'un individu quelconque compris dans cet intervalle, et les décès complets qui résultent de toutes ces chances individuelles sont évidemment égaux à C_n multiplié par la population comprise entre ces deux âges.

Or, en fonction des survivants, cette population est égale à $\frac{\delta}{2} . S_n + S_{n+1}$; donc les décès cherchés sont exprimés par la formule $dn = \frac{\delta}{2} (S_n + S_{n+1}) C_n$, mais à la condition toutefois que l'intervalle des âges soit assez court, pour que la mortalité annuelle de cet intervalle puisse être considérée comme à peu près constante.

Nous avons vu que la somme de tous ces décès doit être égale au chiffre initial des naissances N_0, on peut donc poser $\Sigma dn = \Sigma \frac{\delta}{2} (S_n + S_{n+1}) C_n = N_0$ [1]; mais, d'un autre côté, les survivants à l'âge $n + 1$ sont égaux aux survivants à l'âge n, diminués des décès survenus entre n et $n + 1$, ce qui équivaut à l'égalité: $S_{n+1} = S_n - \frac{S_n + S_{n+1}}{2} . \delta . C_n$ [2], et il ne s'agit plus que de dégager S_{n+1} (A) et on obtient définitivement: $S_{n+1} = S_n \frac{2 - \delta C_n}{2 + \delta C_n}$ [3]; ou, en procédant par logarithmes: $\log . S_{n+1} = \log . S_n + \log . (2 - \delta C_n) - \log . (2 + \delta C_n)$.

Il suffit dès lors de partir d'un nombre de naissances donné, 100,000 par exemple, pour calculer S_1, $S_2 \ldots S_n \ldots S_{n+1}$ et généralement les nombres des survivants à chaque âge.

Il nous reste à donner une application numérique de cette théorie. C'est ce que nous avons fait dans le tableau suivant dont les éléments sont: 1° la population moyenne de la France d'après les recensements de 1861 et de 1866; 2° les décès moyens annuels du même pays pour la période 1861-1865.

(A) La formule [2] peut se mettre sous la forme:

$$S_{n+1} = \frac{2 S_n - (S_n + S_{n+1}) \delta C_n}{2} \text{ ou } 2 S_{n+1} = 2 S_n - S_n . \delta . C_n - S_{n+1} . \delta C_n,$$

et en faisant passer S_{n+1} dans le 1er membre : $S_{n+1} (2 + \delta C_n) = S_n (2 - \delta C_n)$, ce qui donne pour la valeur de S_{n+1}: $S_{n+1} = S_n \frac{2 - \delta C_n}{2 + \delta C_n}$, ce qui est précisément la formule n° 3.

Méthode directe. — Survivance. — Tableau des calculs.

(Les deux sexes réunis.)

Ans.	Population moyenne P.	Décès correspondants D.	Mortalité D/P, Cn.	δ. en.	2 — δ en.	2 + δ en.	Log. 2 — δ en.	Log. 2. + δ en.	Différence.	Log. S.	Décès D.	Survivants S.	Ages. Ans.
0-0 . .	»	»	»	»	»	»	»	»	»	5.0000000	»	100,000	0
0-1 . .	816,417	180,180	0.22070	0.22070	1.77930	2.22070	0.2502492	0.3464899	$\bar{1}.9037593$	4.9037593	19,880	80,120	1
1-5 . .	2,847,498	101,730	0.03573	0.14292	1.85708	2.14292	0.2688307	0.3310060	$\bar{1}.9378247$	4.8415840	10,683	69,437	5
5-10. .	3,313,931	25,938	0.00783	0.03915	1.96085	2.03915	0.2944444	0.3094492	$\bar{1}.9829952$	4.8245792	2,667	66,770	10
10-15. .	3,206,320	16,413	0.00512	0.02560	1.97440	2.02560	0.2954351	0.3065537	$\bar{1}.9888814$	4.8134606	1,688	65,082	15
15-20. .	3,239,440	22,538	0.00696	0.03480	1.96520	2.03480	0.2934068	0.3085217	$\bar{1}.9848851$	4.7983457	2,226	62,856	20
20-25. .	3,107,578	29,369	0.00945	0.04725	1.95275	2.04725	0.2906467	0.3111710	$\bar{1}.9794757$	4.7778214	2,902	59,954	25
25-30. .	2,959,746	26,002	0.00879	0.04395	1.95605	2.04395	0.2913801	0.3104703	$\bar{1}.9809098$	4.7587312	2,578	57,376	30
30-35. .	2,775,549	24,921	0.00898	0.04490	1.95510	2.04490	0.2911690	0.3106721	$\bar{1}.9804969$	4.7392281	2,520	54,856	35
35-40. .	2,665,677	24,633	0.00924	0.04620	1.95380	2.04620	0.2908801	0.3109481	$\bar{1}.9799320$	4.7191601	2,477	52,379	40
40-45. .	2,478,352	26,716	0.01078	0.05390	1.94610	2.05390	0.2891652	0.3125793	$\bar{1}.9765859$	4.6957460	2,749	49,630	45
45-50. .	2,322,233	28,565	0.01231	0.06155	1.93845	2.06155	0.2874547	0.3141939	$\bar{1}.9732608$	4.6690068	2,953	46,677	50
50-55. .	2,043,938	33,731	0.01650	0.08250	1.91750	2.08250	0.2827354	0.3185850	$\bar{1}.9641504$	4.6331572	3,708	42,969	55
55-60. .	1,733,527	38,155	0.02201	0.11005	1.88995	2.11005	0.2764504	0.3242928	$\bar{1}.9521576$	4.5853148	4,482	38,487	60
60-65. .	1,527,979	53,248	0.03485	0.17425	1.82575	2.17425	0.2614414	0.3373096	$\bar{1}.9241318$	4.5094466	6,169	32,318	65
65-70. .	1,171,986	59,393	0.05068	0.25340	1.74660	2.25340	0.2421935	0.3528383	$\bar{1}.8893552$	4.3988018	7,268	25,050	70
70-75. .	762,441	59,813	0.07844	0.39220	1.60780	2.39220	0.2062320	0.3787975	$\bar{1}.8274345$	4.2262363	8,214	16,836	75
75-80. .	425,766	53,055	0.12461	0.62305	1.37695	2.62305	0.1389183	0.4188066	$\bar{1}.7201117$	3.9463480	7,998	8,838	80
80-85. .	187,109	37,016	0.19783	0.98925	1.01075	2.98925	0.0046867	0.4755477	$\bar{1}.5291390$	3.4754870	5,849	2,989	85
85-90. .	58,456	15,637	0.26750	1.33750	0.66250	3.33750	$\bar{1}.8211859$	0.5234213	$\bar{1}.2977646$	2.7732516	2,396	593	90
90-95. .	12,136	3,784	0.31180	1.55900	0.44100	3.55900	$\bar{1}.6444386$	0.5513280	$\bar{1}.0931106$	1.8663622	519	74	95
95-100. .	2,229	794	0.35621	1.78105	0.21895	3.78105	$\bar{1}.3403449$	0.5776124	$\bar{2}.7627325$	0.6290947	69	5	100
100, etc. .	192	105	0.54687	0.54687	1.45313	2.54687	0.1623045	0.4061068	$\bar{1}.7561977$	0.3852924	5		
	37,658,500	861,736	0.02288								100,000		

Les survivants à chaque âge, ainsi que les décès correspondants, étant ainsi calculés, on en déduit, par des méthodes connues, un certain nombre de termes importants, qui donnent une idée de la vitalité de la population à partir de chaque âge. Ces termes sont: 1° la population par âges, correspondant à 100,000 naissances annuelles; 2° la somme des années vécues par les survivants; 3° la durée de la vie probable; 4° la durée de la vie moyenne. — Nous donnons ces quatre valeurs dans le tableau ci-dessous:

Ages.	Population moyenne.	Somme des années vécues par les survivants à partir de chaque âge.	Durée de la vie moyenne. Ans.	Mois.	Durée de la vie probable. Ans	Mois.	Ages. Ans.
De 0 à 1 an. . .	90,060	3,981,452	39	10	44	4	0
De 1 à 5 ans . .	299,114	3,891,392	48	7	57	3	1
De 5 à 10 ans. .	340,517	3,592,278	51	9	58	1	5
De 10 à 15 ans.	329,630	3,251,761	48	8	54	2	10
De 15 à 20 ans.	319,845	2,922,131	44	11	49	10	15
De 20 à 25 ans.	307,025	2,602,286	41	5	45	7	20
De 25 à 30 ans.	293,325	2,295,261	38	3	41	7	25
De 30 à 35 ans.	280,580	2,001,936	34	11	37	6	30
De 35 à 40 ans.	268,087	1,721,356	31	5	33	3	35
De 40 à 45 ans.	255,022	1,453,269	27	9	29	3	40
De 45 à 50 ans.	240,767	1,198,247	24	2	25	2	45
De 50 à 55 ans.	224,115	957,480	20	6	21	0	50
De 55 à 60 ans.	203,640	733,365	17	1	17	2	55
De 60 à 65 ans.	177,012	529,725	13	9	13	6	60
De 65 à 70 ans.	143,420	352,713	10	11	10	5	65
De 70 à 75 ans.	104,715	209,293	8	4	7	8	70
De 75 à 80 ans.	64,187	104,578	6	4	5	4	75
De 80 à 85 ans.	29,565	40,393	4	7	3	9	80
De 85 à 90 ans.	8,955	10,826	3	7	3	1	85
De 90 à 95 ans.	1,670	1,871	3	2	2	10	90
De 95 à 100 ans.	198	201	2	9	2	8	95
De 100 ans et au-dessus	3	3	0	6	0	6	100
Total. . .	3,981,452						

Pour la discussion complète des formules que nous avons exposées, et dont nous n'avons voulu tirer ici que des conclusions pratiques, nous renverrons aux ouvrages suivants:

Quetelet. — *Bulletin de la Commission centrale de statistique belge,* t. V, p. 18;

T. Loua. — *Journal de la Société de statistique de Paris*, 1864, p. 319;

J. Bertillon. — *Journal de la Société de statistique de Paris*, 1866, p. 45.

T. Loua.