

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

G. CAUDERLIER

## Note sur le calcul de la mortabilité

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 44 (1903), p. 177-185

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1903\\_\\_44\\_\\_177\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1903__44__177_0)

© Société de statistique de Paris, 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/legal.php>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

### III.

#### NOTE SUR LE CALCUL DE LA MORTABILITÉ.

Le calcul de la *mortabilité*, c'est-à-dire de la mortalité par *âges* et par *sexes*, est un problème qui a déjà souvent préoccupé les démographes, sans qu'il ait reçu jusqu'ici, me semble-t-il, une solution satisfaisante.

Généralement on s'est efforcé de calculer une mortabilité moyenne pour une période de cinq ou de dix années, parce qu'on croyait éliminer ainsi les influences accidentelles des années trop favorables ou trop défavorables, et par conséquent se rapprocher davantage de la vérité moyenne. Cela serait exact, si les coefficients de mortabilité oscillaient autour d'une valeur moyenne fixe, dont ils s'écarteraient tantôt en plus, tantôt en moins, suivant que les circonstances perturbatrices seraient favorables ou défavorables. Mais l'étude des variations annuelles de la mortabilité, que j'ai publiée dans mon ouvrage *Les Lois de la Population*, fait voir qu'il n'en est pas ainsi.

En réalité, la mortabilité diminue chaque année, et suit une marche déterminée vers un minimum qui nous est encore inconnu, mais dont elle se rapproche chaque année, abstraction faite des circonstances perturbatrices.

Ce phénomène se remarque principalement dans les âges inférieurs, et s'il se voit moins bien dans les âges supérieurs, c'est parce qu'il est masqué alors par des influences perturbatrices, dont j'ai montré la cause et le mode d'action.

Il suit de là qu'en calculant la mortabilité moyenne pour une période de dix ans, par exemple, on obtient une valeur très rapprochée des chiffres normaux de la mortabilité pour la période intermédiaire au milieu des dix ans, mais on n'obtient pas une idée nette de la marche de la mortabilité pendant ces dix années, ni une donnée approchée de la mortabilité pendant la dernière année, ni surtout une indication quelconque sur ce que pourra être la mortabilité pendant les dix années suivantes.

En réalité, on obtient une valeur très rapprochée du résultat qui aurait été atteint au milieu de la période, s'il n'y avait pas eu de perturbations, mais cette valeur moyenne n'a plus jamais été réalisée et ne se réalisera plus jamais, puisque la mortabilité a continué depuis sa marche descendante vers un minimum inconnu.

Il faut donc, pour avoir une idée nette de la mortabilité, calculer les coefficients de mortabilité année par année. La ligne sinuée qu'on obtient alors à chaque âge permet d'établir une ligne moyenne normale, qui représente la mortabilité sans tenir compte des perturbations annuelles. Et en la continuant hypothétiquement pour les années suivantes, on pourra déterminer à peu près ce que sera la mortabilité dans l'avenir, et aussi rechercher quelle pourrait être la mortabilité minimum à chaque âge.

Il est donc nécessaire de calculer la mortabilité annuelle, c'est-à-dire combien, sur 1 000 hommes arrivant à l'âge de 20 ans, il en mourra de 20 à 21 ans, en supposant qu'ils soient soumis aux mêmes conditions sanitaires qui ont régné pendant l'année étudiée.

Or, pour résoudre ce problème, nous connaissons deux éléments, savoir :

La population  $P$ , c'est-à-dire le nombre des hommes ayant de 20 à 21 ans au 1<sup>er</sup> janvier de l'année, ou au 31 décembre de l'année précédente ;

Le nombre de décès  $D$  pour les hommes de 20 à 21 ans pendant le courant de l'année.

Le problème se complique parce qu'il faut tenir compte des quatre éléments suivants :

1° La population  $P$  varie constamment ; elle est croissante, stationnaire ou décroissante, et elle atteint à la fin de l'année une valeur  $P_1$  différente de  $P$ .

2° La mortalité varie constamment ; elle est plus grande à 20 ans et 6 mois qu'à 20 ans ; plus grande à 20 ans 364 jours qu'à 20 ans et 6 mois.

3° La mortalité varie d'année en année. Elle sera autre pour le même âge et le même sexe en 1891 qu'en 1890, et ces variations d'année en année seront de 5 à 10 p. 100 et pourront même atteindre dans certains cas 15, 20 et 30 p. 100.

4° Enfin, le nombre des décès  $D$  et la population  $P$  seront influencés par le nombre des émigrants ou des immigrants qui, dans certains cas, peut être très considérable.

Je ne pense pas qu'aucune étude théorique ait jamais tenu compte de ces quatre variables, et c'est pourquoi je me permets de présenter celle-ci à la Société de statistique de Paris.



Nous étudierons d'abord le problème sans tenir compte de l'immigration.

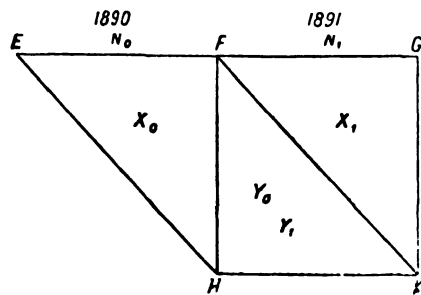
Représentons l'année 1890 par la ligne  $EF$  et l'année 1891 par la ligne  $FG$  et soient :

$N_0$ , la population atteignant 20 ans en 1890;

$N_1$ , la population atteignant 20 ans en 1891.

Divisons l'année 1890, ou la ligne  $EF$ , en un nombre d'intervalles aussi grand qu'on voudra. La partie de la population  $N_0$  qui atteint 20 ans pendant le premier intervalle de temps sera très petite et les décès qu'elle subira pendant cet intervalle pourront être représentés par une droite verticale extrêmement petite tracée en  $E$ .

Pendant le second intervalle de temps la population  $N_0$  aura grandi ; les décès qu'elle subit auront augmenté, et pourront être représentés par une droite plus grande, qui viendra s'accoler à la première, et ainsi de suite, jusqu'au dernier intervalle de temps, où ces décès seront représentés par la droite  $FII$ , de telle sorte que l'ensemble des décès de la population  $N_0$  pendant l'année 1890 sera représenté par la surface  $EFII$ .



l'ensemble des décès de la population  $N_0$  pendant l'année 1890 sera représenté par la surface  $EFII$ .

Cette même population entrera alors dans l'année 1891 et le nombre de ses décès ira chaque jour en diminuant, parce qu'il y aura chaque jour un certain nombre d'individus qui, atteignant 21 ans, quitteront le champ

d'observation, de telle sorte qu'à la fin de l'année, pendant le dernier intervalle de temps, le nombre de décès sera extrêmement petit et le nombre total des décès de la population  $N_0$ , pendant l'année 1891, pourra être représenté par le triangle  $FII$

Les mêmes phénomènes se renouveleront pour la population  $N_1$  et nous pourrions appeler :

- $x_0$ , les décès de la population  $N_0$  pendant l'année 1890;
  - $x_1$ , les décès de la population  $N_1$  pendant l'année 1891;
  - $M_0$ , la mortalité pendant l'année 1890, de 20 à 21 ans;
  - $M_1$ , la mortalité pendant l'année 1891, de 20 à 21 ans;
  - $y_0$ , les décès de la population  $N_0$  pendant l'année 1891, en supposant que la mortalité  $M_0$  ait été conservée en 1891;
  - $y_1$ , les décès de la population  $N_0$  pendant l'année 1891, avec la mortalité  $M_1$ , différente de  $M_0$ .
- Appelons enfin :  $A$  le coefficient d'accroissement de population de  $N_0$  à  $N_1$ , de 1890 à 1891;
- $P_0$  la population de 20 à 21 ans constatée au 31 décembre 1890;
- $P_1$  la population de 20 à 21 ans constatée au 31 décembre 1891;
- $D_0$ , les décès constatés de 20 à 21 ans pendant l'année 1890;
- $D_1$ , les décès constatés de 20 à 21 ans pendant l'année 1891.

Nous obtiendrons évidemment les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} y_1 : y_0 &= M_1 : M_0 & \text{d'où} & \quad y_1 = y_0 \frac{M_1}{M_0}, \\ x_1 : x_0 &= N_1 M_1 : N_0 M_0 & \text{»} & \quad x_1 = x_0 \frac{N_1 M_1}{N_0 M_0}, \\ N_1 &= N_0 + AN_0 & \text{»} & \quad x_1 = (x_0 + Ax_0) \frac{M_1}{M_0}, \\ D_1 &= x_1 + y_1 & \text{»} & \quad D_1 = (x_0 + Ax_0 + y_0) \frac{M_1}{M_0}. \end{aligned}$$

Et si nous appelons  $c$  le coefficient d'accroissement de mortalité de  $M_0$  à  $M_1$ , nous aurons encore :

$$\begin{aligned} M_1 &= M_0 + cM_0 & \text{d'où} & \quad M_1 = M_0(1 + c), \\ y_1 &= y_0 + cy_0 & \text{»} & \quad y_1 = y_0(1 + c). \end{aligned}$$

Abordons maintenant le problème.

La mortalité  $M_0$  sera représentée exactement par :

$$M_0 = \frac{x_0 + y_0}{N_0} = \frac{1}{\frac{N_0}{x_0 + y_0}} = \frac{D_1}{\frac{N_0}{x_0 + y_0} D_1},$$

remplaçons  $D_1$  par sa valeur

$$(x_0 + y_0 + Ax_0) \frac{M_1}{M_0},$$

nous aurons :

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{D_1}{\frac{N_0}{x_0 + y_0} (x_0 + y_0 + Ax_0) \frac{M_1}{M_0}} = \frac{M_0}{M_1} \frac{D_1}{N_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} AN_0}, \\ \text{d'où} \quad M_1 &= \frac{D_1}{N_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (N_1 - N_0)}. \end{aligned}$$

Cette valeur de  $M_1$  peut être calculée quand on connaît  $N_0$  et  $N_1$ , c'est dire qu'elle est seulement applicable aux enfants de 0 à 1 an. Il est donc intéressant de trouver la même formule en fonction de  $P_0$  et de  $P_1$ .

Or, nous avons

$$M_1 = \frac{D_1}{N_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (N_1 - N_0)} = \frac{D_1}{P_0 + x_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 + x_1 - P_0 - x_0)}$$

$$= \frac{D_1}{P_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 + x_1 - P_0 - x_0 + x_0 + y_0)} = \frac{D_1}{P_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 - P_0 + x_1 + y_0)}$$

mais  $x_1 = D_1 - y_1$ ,

d'où

$$= \frac{D_1}{P_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 - P_0 + D_1 + y_0 - y_1)}$$

mais  $y_1 = y_0 (1 + c)$   
 $y_1 - y_0 = cy_0$

d'où

$$= \frac{D_1}{P_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 - P_0 + D_1 - cy_0)} = \frac{D_1}{P_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 - P_0 + D_1) - c \frac{x_0 y_0}{x_0 + y_0}}$$

Nous verrons que, dans la plupart des cas, les valeurs de  $x_0$  et  $y_0$  sont très près de  $\frac{1}{2} D_0$ , par conséquent

$$c \frac{x_0 y_0}{x_0 + y_0} = c \frac{1}{4} \frac{D_0^2}{D_0} = \frac{1}{4} c D_0.$$

Cette valeur est, du reste, extrêmement petite en présence de  $P_0$ , car  $D_0$  est petit et  $c$  est petit. Elle peut donc être négligée et la formule générale devient alors :

$$M_1 = \frac{D_1}{P_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 - P_0 + D_1)}$$

\*  
\* \*

Nous devons maintenant déterminer les valeurs de  $\frac{x_0}{x_0 + y_0}$  qui jouent un grand rôle dans cette formule.

Pour cela, divisons l'année 1890 en un grand nombre  $t$  d'intervalles de temps. Appelons  $n$  le nombre de gens arrivant à 20 ans pendant l'intervalle initial et  $n_1$  le nombre de gens arrivant à 20 ans pendant l'intervalle final. Si  $a$  est l'accroissement de population pendant tout le temps, on aura  $n_1 = n (1 + a)$ .

Appelons encore :

- $m$  la mortalité de  $n$  pendant le premier intervalle de temps ;
- $m_1$  la mortalité de  $n_1$  pendant le dernier intervalle de temps ;
- $M$  la mortalité annuelle pendant le premier intervalle de temps ;
- $M_1$  la mortalité annuelle pendant le dernier intervalle de temps ;

on aura évidemment :

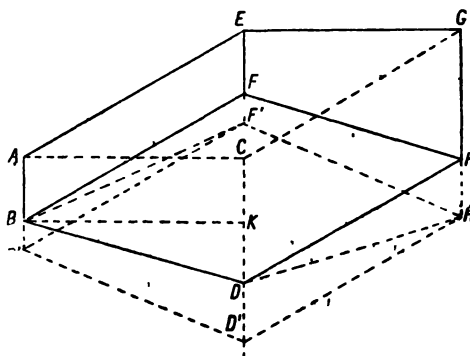
$$M = mt \quad M_1 = m_1 t.$$

Examinons d'abord le cas d'une population constante. Dans ce cas,  $N = nt$ ,  $n = n_1$ ; le nombre de décès éprouvés par la population  $n$  pendant le premier intervalle de temps peut être représenté par la ligne  $AB = nm$ , et, puisque la mortalité croît constamment, le nombre de décès éprouvés par  $n$  ira en augmentant à chaque intervalle jusqu'à atteindre la valeur  $nm_1 = CD$  pendant le dernier intervalle et si  $AC$  représente l'année 1890 ou l'ensemble des intervalles de temps  $t$ , le nombre total des décès de  $n$  pendant toute l'année sera représenté par la surface  $ABCD$ .

A ce moment la population  $n$  atteignant 21 ans quitte le champ d'observation.

De même, le nombre des décès de la population  $n$  qui arrive à l'âge de 20 ans pendant le second intervalle de temps sera représenté par une surface identique, mais qui viendra s'appliquer en retrait sur la précédente, car elle commencera au deuxième intervalle de l'année 1890, pour finir avec le premier intervalle de l'année 1891.

Il en sera de même de toutes les autres parties  $n$  qui arrivent à 20 ans de plus en plus tard dans l'année 1890, pour arriver à 21 ans de plus en plus tard dans l'année 1891, et par conséquent les décès de chacune de ces populations, représentés toujours par la même surface, s'appliqueront chaque fois en retrait sur les précédentes, de telle sorte que le nombre total des décès de la population totale  $N$  sera représenté par le volume  $ABCDEFGH$ .



Remarquons ici que le volume  $ABCDEF$  représentera tous les décès survenus en 1890, c'est-à-dire la valeur  $x_0$  et le volume  $EFGHCD$  tous les décès survenus en 1891, c'est-à-dire la valeur  $y_0$ .

Il s'agit de déterminer séparément la valeur de chacun de ces volumes.

La surface  $ABCD = \frac{nm + nm_1}{2} t$  et par conséquent le volume total sera :

$$x_0 + y_0 = \frac{nm + nm_1}{2} t \times t = \frac{1}{2} N (M + M_1).$$

Le volume  $x_0$  sera  $ABCKEF + BKDF$ , soit :

$$x_0 = \frac{nm t \times t}{2} + \frac{n(m_1 - m) t t}{2 \times 3} = \frac{NM}{2} + \frac{N(M_1 - M)}{6} = \frac{N}{6} (2M + M_1)$$

et par conséquent :

$$y_0 = \frac{1}{2} N (M + M_1) - \frac{1}{6} N (2M + M_1) = \frac{1}{6} N (M + 2M_1).$$

••

Si la population est croissante, le nombre des décès éprouvé par la première population  $n$  reste le même et sera encore représenté par la surface  $ABCD$ . Mais

le nombre de décès éprouvé par la population  $n_1$ , arrivant pendant l'intervalle final, aura augmenté, parce que cette population elle-même aura augmenté, et pourra être représenté par la surface  $EF'GH'$  et le nombre total des décès sera représenté par le volume  $ABEF'CDGH'$ .

Pour obtenir les nouvelles valeurs de  $x_0$  et de  $y_0$  il faudra donc ajouter aux volumes calculés ci-dessus les volumes suivants :

BFF'D pour  $x_0$  et FF'HH'D pour  $y_0$ .

Soit A l'accroissement de la population. Le total des deux volumes ci-dessus sera égal à la moitié du volume qu'on obtiendrait en prolongeant AB et CD de quantités  $BB_1$  et  $DD_1$  égales à  $FF'$  et  $HH'$ , et nous aurons  $FF' = Amn$  et  $HH' = Am_1n$  et par conséquent :

$$\text{Accroiss. } (x_0 + y_0) = \frac{1}{2} \frac{Amn + Am_1n}{2} tt = \frac{1}{4} AN(M + M_1)$$

Maintenant, l'accroissement de  $y_0$  est une pyramide dont la base est FF'HH' et dont le sommet est en D. Son volume sera :

$$\text{Accroiss. } (y_0) = \frac{Amn + Am_1n}{2} t \times \frac{1}{3} t = \frac{1}{6} AN(M + M_1)$$

et par conséquent :

$$\text{Accroiss. } (x_0) = \frac{1}{12} AN(M + M_1)$$

Les valeurs  $(x_0 + y_0)$ ,  $x_0$ ,  $y_0$ , deviennent donc :

$$\begin{aligned} x_0 + y_0 + \text{Accroiss. } (x_0 + y_0) &= \frac{1}{2} N(M + M_1) + \frac{1}{4} AN(M + M_1) \\ &= \frac{1}{4} N(2M + 2M_1 + AM + AM_1) \\ &= \frac{1}{4} N(2 + A)(M + M_1) \\ x_0 + \text{Accroiss. } (x_0) &= \frac{1}{6} N(2M + M_1) + \frac{1}{12} AN(M + M_1) \\ &= \frac{1}{12} N(4M + 2M_1 + AM + AM_1) \\ y_0 + \text{Accroiss. } (y_0) &= \frac{1}{6} N(M + 2M_1) + \frac{1}{6} AN(M + M_1) \\ &= \frac{1}{6} N(M + 2M_1 + AM + AM_1) \end{aligned}$$

Faisons  $M_1 = M(1 + B)$ ; B sera l'accroissement de la mortalité depuis le premier jour jusqu'au dernier jour de l'âge étudié, les trois formules ci-dessus deviendront :

$$\begin{aligned} x_0 + y_0 &= \frac{1}{4} NM(2 + A)(2 + B) \\ x_0 &= \frac{1}{12} NM(4 + 2 + 2B + A + A + AB) = \frac{1}{12} NM(6 + 2A + 2B + AB) \\ y_0 &= \frac{1}{6} NM(1 + 2 + 2B + A + A + AB) = \frac{1}{12} NM(6 + 4A + 4B + 2AB) \end{aligned}$$

La fraction  $\frac{x_0}{x_0 + y_0}$  devient :

$$\frac{1}{3} \times \frac{6 + 2A + 2B + AB}{4 + 2A + 2B + AB} = \frac{3 + A + B + \frac{1}{2}AB}{6 + 3A + 3B + \frac{3}{2}AB}$$

et si nous appelons  $A + B + \frac{1}{2}AB = \alpha$ , nous aurons :

$$\frac{x_0}{x_0 + y_0} = \frac{3 + \alpha}{6 + 3\alpha}; \quad \frac{y_0}{x_0 + y_0} = \frac{3 + 2\alpha}{6 + 3\alpha}.$$

Notre formule générale devient donc :

$$M_1 = \frac{D_1}{N_0 + \frac{3 + \alpha}{6 + 3\alpha}(N_1 - N_0)}$$

et aussi :

$$M_1 = \frac{D_1}{P_0 + \frac{3 + \alpha}{6 + 3\alpha}(P_1 - P_0 + D_1) - \frac{1}{4}cD_0}$$

\*  
\* \*

Nous pouvons maintenant aborder la discussion de la formule.

$$\frac{x_0}{x_0 + y_0} = \frac{3 + \alpha}{6 + 3\alpha} = \frac{3 + A + B + \frac{1}{2}AB}{6 + 3A + 3B + \frac{3}{2}AB}$$

dans laquelle :

A est l'accroissement régulier de la population d'une année à l'autre ;

B la variation de la mortalité entre le premier jour et le dernier jour de l'âge étudié.

Supposons d'abord  $B = 0$ ; nous savons que la valeur de A varie en réalité de 0 à 0,02, la fraction  $\frac{x_0}{x_0 + y_0}$  devient :

$$\begin{array}{ll} 0,5 & \text{pour } A = 0 \\ 0,49917 & \text{— } A = 0,01 \\ 0,49835 & \text{— } A = 0,02 \end{array}$$

Cela nous montre que l'accroissement normal de la population n'a qu'une très petite influence sur la valeur du terme  $\frac{x_0}{x_0 + y_0}$ .

Examinons maintenant l'influence du terme B, savoir la variation de mortalité entre le premier et le dernier jour de l'âge considéré. Pour cela nous pouvons faire  $A = 0$ .

Nous trouvons dans l'ouvrage de M. Leclerc (1) les chiffres suivants pour la valeur de la mortalité en Belgique.

---

(1) Voyez *Tables de mortalité ou de survie pour la Belgique*, par J. M. J. Leclerc.



Au 2 <sup>e</sup> jour. . . . .	0,003265 par jour.
De 6 a 12 mois. . . . .	0,000291 —
De 1 à 2 ans . . . . .	0,052845 par an.
De 2 à 3 — . . . . .	0,025110 —
De 3 a 4 — . . . . .	0,015661 —
De 4 à 5 — . . . . .	0,011119 —
De 5 à 6 — . . . . .	0,008025 —
De 6 a 7 — . . . . .	0,005563 —
De 7 à 8 — . . . . .	0,004625 —
De 8 à 9 — . . . . .	0,003587 —
De 9 a 10 — . . . . .	0,003417 —
De 10 a 11 — . . . . .	0,003181 —
De 11 a 12 — . . . . .	0,002896 —

Ces chiffres sont spéciaux à la Belgique, mais ils indiquent suffisamment la loi de décroissance par âges de la mortalité, pour que les conclusions que nous en tirerons puissent être appliquées à tous les pays.

De 0 à 1 an. — La différence de mortalité entre les premiers et les derniers jours de l'année d'âge est considérable. D'après le tableau ci-dessus on aurait à peu près, au début,  $m = 0,0032$  par jour et, a la fin du douzième mois,  $m_1 = 0,0002$ .

Mettons ces valeurs dans la formule  $m_1 = m(1 + B)$ , on obtiendra :

$$B = \frac{m_1 - m}{m} = \frac{0,0002 - 0,0032}{0,0032} = -\frac{15}{16}$$

d'où :

$$\frac{x_0}{x_0 + y_0} = \frac{3 + B}{6 + 3B} = \frac{3 - \frac{15}{16}}{6 - \frac{45}{16}} = \frac{33}{51} = 0,647.$$

C'est la plus grande valeur de  $\frac{x_0}{x_0 + y_0}$  que nous rencontrerons ; c'est, du reste, l'époque de la vie où les variations de la mortalité sont les plus grandes. Si nous mettons cette valeur dans la première formule, nous trouvons :

$$M_1 = \frac{D_1}{0,353 N_0 + 0,647 N_1}.$$

On emploie généralement pour cet âge la formule  $M_1 = \frac{D_1}{N_1}$ . On voit ici quelle erreur on commet. Il est clair que la mortalité de l'année est sous l'influence des naissances de l'année précédente, puisqu'un grand nombre des décès de l'année proviennent des naissances de l'année précédente. J'ai déjà montré dans mon livre, *Les Lois de la population*, en étudiant la répartition effective des décès par âges de 0 à 1 an, que le tiers des décès de 0 à 1 an provenait des naissances de l'année précédente et cette indication expérimentale est ici démontrée par l'analyse mathématique (1).

---

(1) Cette proportion a été du reste déjà indiquée par des statisticiens hollandais et il serait facile de la vérifier pour la France.

On pourrait mettre la formule ci-dessus sous une forme plus simple :

$$M_1 = \frac{D_1}{0,35 N_0 + 0,65 N_1} \quad \text{ou même} \quad = \frac{D_1}{\frac{1}{3} N_0 + \frac{2}{3} N_1}.$$

De 1 à 2 ans. — Le tableau ci-dessus nous donne environ  $m = 0,0730$ ,  $m_1 = 0,039$ , en prenant pour la mortalité de la fin de l'année la moyenne entre 0,05284 et 0,02511. Dès lors, nous avons :

$$B = \frac{0,039}{0,073} - 1 = -0,466$$

$$\frac{x_0}{x_0 + y_0} = \frac{3 - 0,466}{6 - 1,398} = \frac{2,564}{4,602} = 0,55.$$

Et la formule générale devient :

$$M_1 = \frac{D_1}{P_0 + 0,55 (P_1 - P_0 + D_1) - 0,55 \times 0,45 DC}$$

$$M_1 = \frac{D_1}{P_0 + 0,55 (P_1 - P_0 + D_1) - 0,2475 DC}$$

Le dernier terme n'a de valeur que si C en a. Or, C est la variation de mortalité entre l'année considérée et l'année précédente. Il varie de 0,05 à 0,10 ou 0,15, parfois mais très rarement 0,20. Dans ce dernier cas, le terme entier devient 0,0495 D. On voit qu'on peut le négliger en présence des autres termes  $P_0$  et  $P_1$  qui sont des milliers de fois plus importants et que nous pouvons nous en tenir à la formule :

$$M_1 = \frac{D_1}{P_0 + \frac{x_0}{x_0 + y_0} (P_1 - P_0 + D_1)} = \frac{D_1}{P_0 + 0,55 (P_1 - P_0 + D_1)}$$

De 2 à 3 ans. — Le tableau ci-dessus nous donne  $m = 0,039$ ,  $m_1 = 0,0203$ . Le calcul donne  $B = -0,47$ . — La valeur de B étant la même que ci-dessus, la formule finale sera la même :

$$M_1 = \frac{D_1}{P_0 + 0,55 (P_1 - P_0 + D_1)}$$

En procédant de la même manière pour les autres âges, nous trouvons pour les valeurs de  $\frac{x_0}{x_0 + y_0}$  :

De 3 à 4 ans . . .	$\frac{x_0}{x_0 + y_0} = 0,534$
De 4 à 5 — . . .	$= 0,534$
De 5 à 6 — . . .	$= 0,528$
De 6 à 7 — . . .	$= 0,524$
De 7 à 8 — . . .	$= 0,524$
De 8 à 9 — . . .	$= 0,513$

(A suivre.)

G. CAUDÉRLIER.