Journal de la société statistique de Paris

Mourre

Des variations de l'inégalité des revenus et du revenu moyen

Journal de la société statistique de Paris, tome 63 (1922), p. 215-227
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1922__63__215_0>

II

DES VARIATIONS
DE L'INÉGALITÉ DES REVENUS ET DU REVENU MOYEN

PREMIÈRE PARTIE

INÉGALITÉ DES REVENUS

Formule de Pareto et définition de l'inégalité.

M. Vilfredo Pareto, se basant sur les recensements faits dans divers pays des revenus ou des fortunes des habitants, a établi les trois formules suivantes (1) :

$$N = A\,(x + a)^{-\alpha} \,.\, e^{-\beta x}$$
$$N = Ax^{-\alpha} \,.\, e^{-\beta x}$$
$$N = Ax^{-\alpha} \qquad (1)$$

où N désigne le nombre d'individus qui ont un revenu supérieur à x et où A, α, β sont indépendants, de x et de N.

M. Pareto dit que dans un seul cas, celui du Grand-Duché d'Oldenbourg, il a trouvé pour β une valeur appréciable et que β est en général très probablement négligeable. Il ajoute que, lorsqu'il s'agit du revenu total comprenant les revenus du travail et de la fortune acquise, a est aussi, en général, fort petit et de l'ordre des erreurs d'observation. On se trouve ainsi ramené à l'équation (1) que nous allons nous borner à étudier.

La formule de Pareto, considérée comme une moyenne des résultats de l'expérience, c'est-à-dire des chiffres que nous fournit la statistique, exprime l'allure de la répartition des revenus avec une exactitude très suffisante. M. Pareto donne pour différentes années et différents pays le relevé des erreurs commises au moyen de l'emploi de son équation. Ces erreurs sont de l'ordre de quelques centièmes atteignant rarement 10 %.

La découverte de M. Pareto est extrêmement remarquable. Il est, en effet, très difficile d'exprimer par une formule mathématique un phénomène économique et social et le fait d'y réussir constitue presque toujours un progrès important. La formule de Pareto sur la distribution des revenus va nous permettre d'approfondir nos connaissances sur la structure de la société.

La première question qui se pose naturellement à l'esprit est de savoir ce que va nous révéler l'équation de Pareto sur l'inégalité de la richesse. Est-il exact qu'il y ait quelques rares et heureux détenteurs d'immenses revenus pour le bonheur desquels une armée de prolétaires misérables travaille

(1) *Cours d'économie politique*, tome II, édition 1897, p. 305.

avec acharnement? — ou encore la grande masse des habitants d'un pays n'est-elle constituée que par les possesseurs de revenus moyens? — ou bien la fortune s'élève-t-elle par étages successifs de revenus divers?

Mais d'abord qu'est-ce que l'inégalité des revenus? Il est clair qu'il y a bien des manières de concevoir cette inégalité et qu'un grand nombre de définitions est possible.

La meilleure définition sera celle qui correspondra le plus à la représentation qu'on se fait en général de l'inégalité, car il y a toujours avantage à choisir des définitions en accord avec les idées courantes. Elle sera surtout celle qui sera la plus féconde en déductions intéressantes.

M. Pareto définit l'inégalité des revenus de la manière suivante :

Soit N_x le nombre d'individus ayant un revenu supérieur à un revenu quelconque x.

Soit N_h le nombre d'individus ayant un revenu supérieur au revenu minimum, c'est-à-dire le nombre total des contribuables.

L'inégalité des revenus ira en diminuant quand croîtra le rapport

$$u_x = \frac{N_x}{N_h}$$

En vertu de (1), on a

$$u_x = \frac{h^\alpha}{x^\alpha}$$

Puisque $x > h$, on voit immédiatement que u_x croît, quand α décroît. Ainsi, conclut M. Pareto, l'inégalité des revenus augmente et diminue avec α.

En termes moins précis, mais plus imagés, le nombre de pauvres décroît par rapport au nombre des riches. Par suite, d'après M. Pareto, la pauvreté diminue, l'inégalité décroît.

Mais ne pourrait-on pas retourner la proposition et dire : le nombre de riches croît par rapport au nombre des pauvres (1)? S'il en est ainsi, c'est que la classe riche devient plus nombreuse et, par suite, plus forte; elle tend à écraser de plus en plus la classe pauvre, l'inégalité s'accroît. Il y aura plus d'inégalité dans un pays où il y aura deux mille multimillionnaires s'élevant au-dessus du prolétariat et de la classe moyenne que dans un pays de même population où il y en aura seulement mille.

L'index de Pareto est donc susceptible d'une double interprétation et, comme l'a fait remarquer un statisticien américain, M. Young (2), il peut être utilisé d'une façon inverse de celle adoptée par son auteur, ainsi que l'ont fait MM. Benini et Brescani.

Avant de nous arrêter à une définition de l'inégalité, examinons la façon dont on se représente en général ce phénomène.

Les socialistes s'inquiètent du grossissement continu des fortunes élevées.

---

(1) M. Pareto reconnaît lui-même la force de cette objection en disant : « On se rapproche de l'égalité, aussi bien si les riches deviennent pauvres que si les pauvres deviennent riches ». (Cours, édition 1897, t. II, p. 318.)

(2) *American Statistical Association*, march 1917, n° 117.

A les entendre, il est facile à un homme riche qui dispose de moyens d'action puissants, et qui peut largement épargner, d'augmenter sa fortune; le pauvre, au contraire, n'a guère à sa disposition pour atteindre le même but qu'un pouvoir d'épargne très restreint.

Au contraire, les écrivains qui ont soutenu, comme Paul Leroy-Baulieu, que nous tendions à une moindre inégalité dans la répartition de la richesse soulignent la hausse des salaires, le développement des caisses d'épargne, l'augmentation du bien-être dans les classes ouvrières.

En un mot, il semble bien que, de part et d'autre, on oppose la masse de la fortune riche à celle de la fortune moyenne ou petite. La conception courante de l'inégalité ne se borne pas à considérer, comme le fait M. Vilfredo Pareto, le nombre de personnes possédant ou dépassant un certain revenu, mais elle tient compte à la fois de leur nombre et de la fortune détenue par chacune d'elles.

Nous suivrons cette conception et nous adopterons la convention suivante :

Nous appellerons rapport d'inégalité le rapport de la somme des fortunes (ou des revenus) dépassant la fortune moyenne (ou le revenu moyen) à la somme des fortunes (ou des revenus) inférieurs à la fortune moyenne (ou au revenu moyen).

L'inégalité croîtra ou décroîtra avec ce rapport.

Dans cette étude, nous ne parlerons que des revenus.

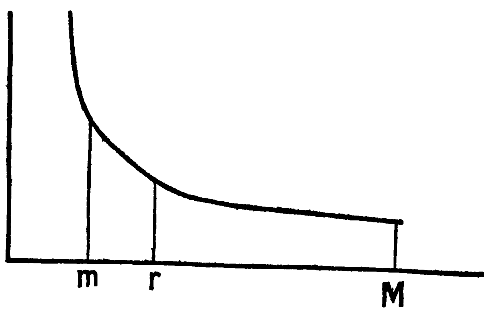
*
* *

Calcul approché du rapport d'inégalité, le revenu maximum étant pris infini.

En partant de la fonction de Pareto : $N = \frac{A}{x^{\alpha}}$, on arrive facilement à la fonction : $y = \frac{A\alpha}{x^{\alpha}}$, où y représente la somme des revenus pour un revenu déterminé x, ou plus exactement la somme des revenus compris entre x et $x+1$.

Soit m le revenu minimum. Le revenu total est donné par la formule :

$$\int_m^{\infty} \frac{A\alpha}{x^{\alpha}}\, dx = \frac{A\alpha}{\alpha - 1} \cdot \frac{1}{m^{\alpha - 1}}$$



Soit μ le revenu moyen. La somme des revenus $> \mu$ est :

$$S_1 = \frac{A\alpha}{\alpha - 1} \cdot \frac{1}{\mu^{\alpha - 1}}$$

La somme des revenus $< \mu$ est :

$$S_2 = \frac{A\alpha}{\alpha - 1} \left[\frac{1}{m^{\alpha - 1}} - \frac{1}{\mu^{\alpha - 1}} \right]$$

Le rapport des deux sommes sera le rapport d'inégalité R. On a :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\dfrac{1}{\mu^{\alpha - 1}}}{\dfrac{1}{m^{\alpha - 1}} - \dfrac{1}{\mu^{\alpha - 1}}} = \frac{1}{\left(\dfrac{\mu}{m}\right)^{\alpha - 1} - 1} = R.$$

Il est facile de calculer le revenu moyen. Ce revenu est égal au revenu total divisé par le nombre des individus. Le nombre total des individus est :

$$N = \frac{A}{m^{\alpha}}$$

Le revenu total du pays est :

$$T = \frac{A\alpha}{\alpha - 1} \cdot \frac{1}{m^{\alpha - 1}}$$

Donc

$$\frac{T}{N} = \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right) m$$

En remplaçant μ par sa valeur dans le rapport d'inégalité, on obtient :

$$\frac{1}{\left(\dfrac{\alpha}{\alpha - 1}\right)^{\alpha - 1} - 1} \qquad (2)$$

On voit que ce rapport dépend uniquement de α. Il suffit d'étudier les variations de la fonction

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right)^{\alpha - 1}.$$

En prenant la dérivée, on voit que cette fonction croît quand α croît Le dénominateur de (2) augmente. Donc (2) diminue quand α augmente.

L'inégalité décroît donc quand α augmente, et croît quand α décroît.

Une remarque importante doit être faite. En prenant le rapport de la somme au-dessus du revenu moyen à celle qui est située au-dessous, nous avons négligé la manière dont étaient répartis les revenus dans chacune de ces sommes. Or, il est clair que cette répartition a une grande importance. La situation de la société change complètement selon que les personnes ayant un revenu supérieur ou inférieur au revenu moyen auront des revenus très différents ou des revenus presque égaux.

Or, dans la catégorie des revenus supérieurs au revenu moyen, le rapport d'inégalité est exactement le même que celui mesurant l'inégalité d'ensemble.

En effet, l'expression (2) ne dépend pas de la valeur choisie pour le revenu minimum. Au lieu de prendre m comme revenu minimum, nous pouvons choisir μ. On aura alors le rapport d'inégalité pour la somme des revenus supérieurs à μ et ce rapport n'aura pas changé.

Il découle donc de cette remarque que *l'inégalité serait la même pour les revenus supérieurs que pour l'ensemble des revenus.*

Mais, la formule de Pareto est en défaut pour les valeurs de x trop petites. Pour un revenu nul, elle donne un nombre d'individus infini. Pour les valeurs de x très grandes, ses résultats ne doivent pas être considérés comme absolus. Quand le revenu est très grand, le nombre d'individus N est très petit, et on conçoit que leur fortune puisse être influencée par le hasard, c'est à dire par un ensemble de causes multiples qui ne sont pas calculables, ne pouvant être exactement connues, telles que le nombre d'enfants, la connaissance des affaires, la chance, etc...

Il importe donc de chercher une précison plus grande.

⁂

Calcul exact du rapport d'inégalité dans un intervalle déterminé.

Considérons la somme des fortunes entre une limite inférieure r_1 et une limite supérieure r_2 dans lesquelles la formule de Pareto s'applique avec une exactitude suffisante.

Le nombre de personnes ayant un revenu compris entre r_1 et r_2 est :

$$\frac{A}{r_1^\alpha} - \frac{A}{r_2^\alpha}$$

Le revenu total correspondant est :

$$\frac{A\alpha}{(\alpha - 1)\, r_1^{\alpha - 1}} - \frac{A\alpha}{(\alpha - 1)\, r_2^{\alpha - 1}}$$

Le revenu moyen entre r_1 et r_2 est :

$$r = \frac{\alpha}{\alpha - 1} \cdot \frac{\dfrac{1}{r_1^{\alpha - 1}} - \dfrac{1}{r_2^{\alpha - 1}}}{\dfrac{1}{r_1^\alpha} - \dfrac{1}{r_2^\alpha}}$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha - 1}\, r_2\, \frac{\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^{\alpha - 1} - 1}{\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)^{\alpha} - 1}$$

Le revenu total est :

de r_1 à r

$$\frac{A\alpha}{\alpha - 1}\left[\frac{1}{r_1^{\alpha-1}} - \frac{1}{r^{\alpha-1}}\right]$$

et de r à r_2

$$\frac{A\alpha}{\alpha - 1}\left[\frac{1}{r^{\alpha-1}} - \frac{1}{r_2^{\alpha-1}}\right]$$

Le rapport d'inégalité est donc en posant :

$$\frac{r_2}{r_1} = \rho$$

$$R = \frac{\dfrac{1}{r^{\alpha-1}} - \dfrac{1}{r_2^{\alpha-1}}}{\dfrac{1}{r_1^{\alpha-1}} - \dfrac{1}{r^{\alpha-1}}} = \frac{1 - \left(\dfrac{r}{r_2}\right)^{\alpha-1}}{\left(\dfrac{r}{r_1}\right)^{\alpha-1} - 1}$$

$$= \frac{1 - \left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1}\left[\dfrac{\rho^{\alpha-1} - 1}{\rho^{\alpha} - 1}\right]^{\alpha-1}}{\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\alpha-1}\left[\dfrac{\rho^{\alpha} - \rho}{\rho^{\alpha} - 1}\right]^{\alpha-1} - 1} \qquad (3)$$

Faisons $r_1 =$ le revenu minimum m

$r_2 =$ le revenu maximum M

en prenant pour m et M des constantes, c'est-à-dire les chiffres de revenus toujours les mêmes et exprimés en or, telles qu'entre m et M l'expérience nous montre que la formule de Pareto s'applique dans tous les cas avec une exactitude suffisante.

Nous appellerons rapport d'inégalité *principal* le rapport d'inégalité dans lequel nous considérons l'intervalle du revenu minimum et du revenu maximum, c'est-à-dire où nous ferons $\rho = \frac{M}{m}$

Un rapport d'inégalité où on fera $\rho = \frac{r_1}{r_2}$, r_1 et r_2 ayant des valeurs quelconques sera un rapport d'inégalité *secondaire*.

La formule (3) est le rapport d'inégalité principal pris dans un intervalle fini, tandis que la formule (2) exprime le rapport d'inégalité principal pris dans un intervalle infini.

2° Nous avons vu que le rapport (2) croissait quand α décroissait. En est-il de même du rapport (3)?

Il serait peu pratique d'étudier mathématiquement les variations du rapport (3) en fonction de α, mais le tableau I qui se trouve annexé à la fin de ce travail indique :

a) Que le rapport (3) varie en fonction de α dans le même sens que le rapport (2);

b) Que *les rapports d'inégalité secondaires varient dans le même sens que le rapport d'inégalité principal.*

Ce résultat mérite d'être remarqué : *quand l'inégalité varie et quand, par suite, la situation respective des classes pauvres et des classes riches se trouve modifiée, la même transformation se produit dans toutes les couches de la société. Si par exemple l'inégalité diminue, il y aura moins d'inégalité à l'intérieur de la classe riche, et cette tendance au nivellement se fera sentir aussi dans la classe pauvre.*

3° Nous avons commis une erreur en considérant le rapport (2) au lieu du rapport (3). De quel ordre est cette erreur?

L'expérience indique que α varie entre des limites extrêmes s'approchant de 2 comme limite supérieure et de 1 comme limite inférieure. M. VILFREDO PARETO a trouvé 1,89 pour la Prusse en 1852 et 1,13 pour Augsbourg en l'année 1526. Il fait remarquer du reste que ce dernier chiffre s'appuyant sur des documents du XVI^e^ siècle est suspect.

Le tableau I indique que l'erreur diminue, à mesure que la valeur maximum choisie pour ρ augmente, c'est-à-dire à mesure qu'on considère que la formule de Pareto s'applique dans des limites de plus en plus larges. Le même tableau montre aussi que l'erreur augmente, à mesure que α décroît. Si $\alpha = 2$, l'erreur est nulle.

Pour les rapports d'inégalité secondaires relatifs aux gros revenus, l'erreur commise en prenant la limite supérieure infinie pourra être très forte, de l'ordre de plusieurs dixièmes.

4° Une étude mathématique du rapport (3), α étant donné et ρ variant de 1 à l'infini serait très compliquée. Le tableau I supplée à cette étude.

Sa lecture montre que la valeur du rapport (3) diminue avec ρ. Or, la valeur maximum de ρ est donnée par le rapport $\frac{M}{m}$, et c'est précisément la valeur de ρ introduite dans le rapport d'inégalité principal.

On peut donc en conclure que :

a) *Le rapport d'inégalité maximum est le rapport d'inégalité principal;*

b) *Les rapports d'inégalité secondaires diminuent de plus en plus à mesure qu'on avance dans la zone des petits revenus ou dans celle des gros revenus.*

Il fallait s'attendre, du reste, à ce résultat. Plus voisins sont les revenus, plus l'inégalité diminue.

Remarquons que, lorsqu'on arrive à des valeurs de ρ se rapprochant de l'unité, il n'y a plus intérêt à chercher à calculer les rapports d'inégalité secondaires au moyen de la formule de Pareto, surtout pour les valeurs faibles de α. En effet, une erreur, même légère, venant de l'emploi de cette formule fausserait considérablement le résultat réel.

5° Donnons à α une valeur fixe. Prenons le rapport d'inégalité principal.

On a :

$$R = \frac{1 - \left(\frac{\mu}{M}\right)^{\alpha - 1}}{\left(\frac{\mu}{m}\right)^{\alpha - 1} - 1}$$

Prenons ensuite un rapport d'inégalité secondaire pour la catégorie des revenus supérieurs au revenu moyen μ.

On aura un nouveau revenu moyen $\mu' > \mu$, qui devient le revenu minimum et R deviendra :

$$\frac{1 - \left(\frac{\mu'}{M}\right)^{\alpha - 1}}{\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^{\alpha - 1} - 1}$$

Prenons le même rapport d'inégalité secondaire dans la somme des fortunes située au-dessous du revenu moyen μ, on aura :

$$\frac{1 - \left(\frac{\mu''}{\mu}\right)^{\alpha - 1}}{\left(\frac{\mu''}{m}\right)^{\alpha - 1} - 1}$$

et ainsi de suite. Remarquons que les rapports $\frac{\mu''}{m}$, etc..., tendront plus vite vers l'unité que les rapports $\frac{\mu'}{M}$, etc...

Donc le rapport d'inégalité tendra plus vite vers l'unité quand le revenu moyen se rapprochera du revenu minimum que quand il se rapprochera du revenu maximum.

Donc l'inégalité tend à diminuer plus vite quand on avance dans la zone des petits revenus que quand on avance dans celle des gros revenus. Il y a donc moins d'inégalité dans la pauvreté que dans la richesse.

5° Une objection peut être faite. A-t-on le droit de prendre pour différentes valeurs de α des constantes m et M comme revenu minimum et revenu maximum? En effet, on peut encore croire que m et M doivent représenter les limites au delà desquelles la loi de Pareto n'est pas vérifiée. Or, il est possible que ces limites varient avec α.

Nous répondrons qu'il est inutile de choisir m et M à la limite. Il suffit de leur donner des valeurs constantes suffisamment éloignées de la limite pour être sûr que la formule de Pareto s'applique, quel que soit α, avec une exactitude suffisante dans l'intervalle choisi.

DEUXIEME PARTIE

VARIATIONS DU REVENU MOYEN

Dans la première partie de ce travail, nous avons examiné les variations de l'inégalité dans les revenus, c'est-à-dire *l'importance* de la fortune des classes riches relativement à celles des classes inférieures. L'étude des modifications qui se produisent dans le revenu moyen va nous conduire à considérer la *richesse individuelle.*

Ces deux notions sont de nature très différentes. Une classe sociale, par exemple, par suite du moindre accroissement de la masse de sa fortune, peut décroître en importance comparativement à une autre, mais le revenu individuel, et par voie de conséquence le bien-être et le bonheur, en tant qu'ils dépendent de la richesse, peuvent augmenter parmi les membres qui la composent. En un mot, le progrès d'ensemble n'a pas nécessairement lieu dans le même sens que le progrès individuel.

1° Le revenu maximum étant pris infini, le revenu moyen est donné par la formule :

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right) m = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha}}\right) m$$

On voit immédiatement que le revenu moyen diminue quand α augmente et qu'il augmente quand α diminue (1).

Si nous considérons le revenu moyen entre deux revenus quelconques r_1, r_2, r_2 représentant le revenu le plus élevé, on a :

$$r = \frac{\alpha}{\alpha - 1} r_2 \cdot \frac{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\alpha - 1} - 1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\alpha} - 1}$$

Posons :

$$\frac{r_2}{r_1} = \rho$$

a) Le tableau II annexé à la fin de cette étude indique que *le revenu moyen diminue quand α augmente pour des valeurs constantes de r_2 et de ρ arbitrairement choisies et déterminant l'intervalle étudié.*

La diminution de l'inégalité des revenus qui paraît être un bien a donc pour rançon une diminution générale de la richesse individuelle se produisant non seulement dans les classes riches, mais aussi dans les classes pauvres. C'est un fait dont nous soulignons l'extrême importance.

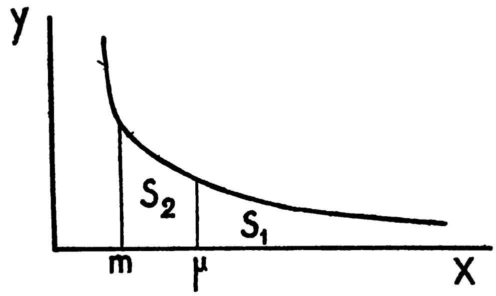
---

(1) M. Pareto dans son Cours, éd. 1897, t. II, p. 322, avait déjà démontré que « La diminution générale de l'inégalité des revenus ne peut être obtenue que si le total des revenus augmente par rapport à la population ». Cette conclusion est inverse de la nôtre, mais M. Pareto part d'une définition différente de l'inégalité.

b) Le tableau II nous montre également que, r_2 ayant une valeur constante, plus la valeur de ρ est petite, plus faibles sont les variations du revenu moyen en fonction de α.

2° Prenons pour une année donnée le revenu moyen r. La somme des revenus située au-dessous de ce revenu moyen sera la zone des petits revenus, et la somme des revenus le dépassant sera la zone des gros revenus.

Considérons ensuite une année postérieure et supposons, pour fixer les



idées, que α ait augmenté. Partageons encore la somme des revenus en deux parties, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de r que nous considérerons comme ayant une valeur identique à celle de l'année antérieure, c'est-à-dire comme un nombre constant (qui ne représentera plus le revenu moyen, puisque celui-ci a varié). Nous formerons ainsi deux zones comparables à celles de l'année antérieure.

Le revenu r est beaucoup plus voisin du revenu minimum m que du revenu maximum M. Il s'ensuit que le revenu moyen a beaucoup moins diminué dans la zone au-dessous de r que dans celle située au-dessus.

On peut donc en conclure que la stabilité du revenu individuel est beaucoup plus grande dans la classe moyenne ou pauvre que dans la classe riche.

Cette stabilité est, en effet, nécessaire. Une diminution de 10 % de revenus, par exemple, inflige une véritable souffrance au possesseur d'une fortune modique et ne cause qu'un simple ennui au multimillionnaire. Les transformations sociales doivent s'accomplir d'une manière telle que le bien-être des classes pauvres ne subisse pas des oscillations par trop violentes.

Une seconde proposition résulte de ce qui vient d'être démontré : *Quand l'inégalité diminue, non seulement la somme des grosses fortunes décroît par rapport à celles des petites fortunes, mais la situation individuelle des riches tend à se rapprocher de celle des pauvres.*

3° Un autre phénomène très curieux se produit. Supposons toujours pour fixer les idées que α croisse, c'est-à-dire que l'inégalité décroisse. Le nombre des individus ayant un revenu situé au-dessous de r, c'est-à-dire qui se trouvent dans la zone pauvre, croît par rapport au nombre de ceux qui ont un revenu supérieur à r, c'est-à-dire qui occupent la zone riche.

Cela résulte du rapport

$$\frac{N_r}{N_m} = \frac{m^\alpha}{r^\alpha}$$

dont l'application par M PARETO pour définir l'inégalité a été critiquée au début de ce travail. Ce rapport décroît quand α croît.

On constate donc, quand l'inégalité des revenus diminue, un glissement des individus riches vers la zone pauvre qui devient aussi plus peuplée, et une ascension des individus pauvres dans la zone riche, quand l'inégalité augmente.

Le revenu minimum, qu'il est le plus commode de choisir, est en général celui à partir duquel le fisc prélève un impôt Mais ce n'est naturellement pas le revenu minimum réel.

Or, la fonction de Pareto se prolonge très vraisemblablement au-dessous du revenu minimum imposable. Il s'ensuivra *qu'il doit y avoir, quand l'inégalité décroît, une diminution du nombre des contribuables, et une augmentation du nombre des individus non imposés.* Le revenu minimum précédemment choisi devient, en effet, un revenu supérieur par rapport au revenu minimum réel, et la zone des non imposés forme une zone pauvre comparativement à celle des contribuables.

4° Nous ajouterons encore que, quand α croît, c'est-à-dire quand l'inégalité décroît, le nombre de personnes ayant un revenu supérieur au revenu moyen croît par rapport au nombre de personnes ayant un revenu inférieur au revenu moyen

En effet, le nombre d'individus ayant au-dessus du revenu moyen est :

$$\frac{A}{\mu^\alpha}$$

Le nombre d'individus ayant un revenu compris entre m et μ est :

$$\frac{A}{m^\alpha} - \frac{A}{\mu^\alpha}$$

En prenant le rapport de ces nombres et en remplaçant dans ce rapport le revenu moyen par sa valeur :

$$\mu = \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right) m$$

On otient :

$$\frac{1}{\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right)^\alpha - 1}$$

En dérivant le dénominateur, on voit qu'il diminue quand α augmente. Donc le rapport considéré augmente quand α augmente.

5° Une remarque importante doit être faite. Les statistiques des fortunes ou des revenus dressés dans les différents pays ne tiennent aucun compte des variations du pouvoir d'achat de la monnaie. Elles partent, par exemple, d'un revenu minimum qu'elles prennent comme constante, alors qu'en réalite il est une variable, puisque d'une époque à l'autre il ne représente plus le même pouvoir d'achat.

D'une manière générale, toutes les constantes fournies par les statistiques officielles et exprimant une valeur monétaire, doivent être rectifiées au moyen d'un nombre-indice mesurant les variations du pouvoir d'achat de la monnaie. Si on omettait cette correction, on trouverait que les résultats de l'expérience seraient en contradiction avec la formule de Pareto, ce qui n est pas.

Ainsi, le revenu moyen est exprimé par la formule :

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right) m$$

Le revenu minimum m doit être augmenté si les prix ont monté, c'est-à-dire si la valeur de la monnaie s'est affaiblie.

Nous avons vu que si α augmente c'est-à-dire si l'inégalité diminue, le nombre des non imposés doit s'accroître. Mais pour constater ce résultat dans les statistiques, il faut évidemment relever le chiffre qu'elles assignent au revenu minimum, si la monnaie a un moindre pouvoir d'achat.

Ces rectifications ne peuvent être faites d'une manière précise, car les nombres-indices des prix ne sont que des instruments de mesure assez grossiers. Tout ce que nous pouvons connaître en pareil cas, c'est pour des modifications suffisamment grandes de α, le sens de variation des phénomènes.

Il est peut-être utile de rappeler, sans craindre de se répéter, ceux des résultats acquis qui peuvent avoir un intérêt au point de vue social. Les voici :

1° Les variations de l'inégalité se produisent simultanément et dans le même sens dans toutes les couches sociales;

2° L'inégalité est moindre dans la zone des petites fortunes que dans celle des grosses fortunes;

3° Quand l'inégalité diminue, non seulement la somme des grosses fortunes décroît par rapport à celle des petites fortunes, mais la situation individuelle des riches tend à se rapprocher de celle des pauvres;

4° La stabilité du revenu individuel est beaucoup plus grande dans la classe moyenne ou pauvre que dans la classe riche;

5° Si l'inégalité des revenus diminue, il se produit un glissement des contribuables riches vers la zone pauvre qui devient ainsi plus peuplée, et une ascension des contribuables pauvres dans la zone riche, quand l'inégalité augmente;

6° L'inégalité décroissant, on constate une diminution du nombre des contribuables et une augmentation du nombre des individus non imposés

Remarquons que ces propositions ne sont pas des hypothèses, mais des faits Elles sont déduites de la formule de Pareto, qui est un fait, et elles ont le même degré d'exactitude que cette formule.

Pour compléter cette étude, il faudrait appliquer à l'expérience les résulats théoriques trouvés et examiner l'évolution de l'inégalité et du revenu moyen dans différents pays. Il y aurait là matière à un nouveau travail.

Je ferai une simple remarque avant de terminer. Je ne sais pas au juste