JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

ALFRED SAUVY

Sur les taux de stabilisation d'une population

Journal de la société statistique de Paris, tome 75 (1934), p. 51-56
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1934__75__51_0>

III

VARIÉTÉ

Sur les taux de stabilisation d'une population.

Parmi tous les coefficients proposés pour mesurer la mortalité et la natalité (taux bruts de mortalité et de natalité, taux rectifiés, taux de Kuczynski, de Lotka, etc...) il est bien difficile de faire un choix. Il semble en tout cas peu légitime de n'en conserver qu'un, fût-il reconnu le meilleur.

Cependant, on peut faire disparaître dans une certaine mesure l'incertitude en précisant le but que l'on se propose.

Une des façons les plus logiques de préciser ce but est de se placer du point de vue d'un gouvernement désireux de voir évoluer la population suivant ses visées.

On peut imaginer que la politique démographique suivie tende à provoquer, à favoriser ou à tolérer un accroissement progressif ou une réduction de la population.

Mais le cas le plus normal pour l'Europe Occidentale, en particulier pour la France, est celui *d'une politique de stabilisation.* Les peuples ont perdu généralement le besoin de s'étendre; on juge communément la densité suffisante, sinon excessive. Par contre, les gouvernements ne voient pas sans inquiétude baisser la natalité au-dessous des limites d'équilibre. Ils se contenteraient de cet équilibre.

Il semble donc que la politique devrait tendre à stabiliser la population, c'est-à-dire à la faire évoluer vers l'état stationnaire où les décès et les naissances s'équilibrent indéfiniment.

Dès lors, le problème peut se poser ainsi :

1° De combien faudrait-il relever les taux de fécondité à chaque âge pour aboutir à une population stationnaire (la mortalité restant constante);

2° De combien faudrait-il réduire la mortalité pour aboutir à une population stationnaire (la fécondité restant constante) :

1° *Pour la fécondité*, si t est le taux de reproduction net de Kuczynski, le coefficient proposé est évidemment $\alpha = \frac{1}{t}$.

ou l'inverse du taux de Kuczynski.

On a ainsi une interprétation remarquable du taux de production net. Pour rétablir l'équilibre, il suffit de multiplier chaque taux de fécondité par l'inverse du taux de Kuczynski.

2° Pour la mortalité, on aboutit à des constatations aussi intéressantes, soient :

$f_1 f_2 \ldots f_n$ les taux de fécondité féminine à chaque âge (15 à 49 ans);

$t_1 t_2 \ldots t_n$ les taux de mortalité constatés, de la naissance à chaque âge 15 à 49 ans);

$s_1 s_2 \ldots s_n$ les taux de survivance constatés, de la naissance à chaque âge (15 à 49 ans).

On a les relations suivantes :

$$s_1 = 1 - t_1 \; s_2 = 1 - t_2 \ldots\ldots\ldots\ldots \; s_n = 1 - t_n.$$

D'autre part :

taux brut de Kuczynski $T = f_1 + f_2 \ldots + f_n = \Sigma f_1.$

taux net de Kuczynski $t = f_1 s_1 + f_2 s_2 \ldots + f_n s_n = \Sigma f_1 s_1.$

Si on multiplie tous les taux $t_1 \ldots \ldots t_n$ par un même coefficient β, on aura de nouveaux taux $t'_1\, t'_2 \ldots t'_n$ tels que :

$$t'_1 = t_1 \beta \quad t'_2 = t_2 \beta \ldots \ldots t'_n = t_n \beta.$$

Les nouveaux taux de survivance seront :

$$s'_1 = 1 - t'_1 = 1 - t_1 \beta = 1 - \beta\,(1 - s_1) \quad s'_2 = 1 - \beta\,(1 - s_2) \quad s'_n = 1 - \beta\,(1 - s_n)$$

L'équilibre établi correspond à un taux net de Kuczynski égal à 1, c'est-à-dire :

$$f_1\, s'_1 + f_2\, s'_2 \ldots \ldots f_n\, s'_n = 1$$

(Les taux de fécondité sont supposés invariables).

$$\Sigma f_1\, s'_1 = 1 \quad \text{ou} \quad \Sigma\, f_1\, [1 - \beta\,(1 - s_1)] = 1 \quad \text{ou}$$
$$\Sigma f_1 - \beta \Sigma f_1 + \beta\, \Sigma\, s_1 f_1 = 1 \qquad \mathrm{T} - \beta \mathrm{T} + \beta t = 1.$$

d'où l'on tire

$$\boxed{\beta = \frac{\mathrm{T} - 1}{\mathrm{T} - t}.}$$

Ainsi le coefficient par lequel il faudrait multiplier la mortalité n'est fonction que des deux taux de Kuczynski. On dégage de cette loi une interprétation directe de ces taux, qui n'ont plus ici le défaut de s'appliquer à une génération isolée.

Pour ramener une population à l'équilibre, on peut :

1° Accroître la fécondité en multipliant ses taux par l'inverse du taux de Kuczynski ou taux de stabilisation par la fécondité;

2° Réduire la mortalité en la multipliant par un coefficient β donné par la formule $\beta = \dfrac{\mathrm{T} - 1}{\mathrm{T} - t}$ ou T et t sont les taux brut et net de Kuczynski.

En particulier, si $\mathrm{T} = 1$, il faudrait supprimer la mortalité pour ramener l'équilibre. Si T est inférieur à 1, il faudrait avoir une mortalité négative qu'on peut interpréter si l'on veut par un excédent d'immigration.

Si la question migration est laissée de côté, on voit qu'aucune amélioration du côté mortalité ne peut suffire lorsque le taux brut est inférieur à 1. Ce taux brut, dont l'intérêt pratique semblait discutable, se trouve donc appelé à rendre les plus grands services. Dès qu'il est inférieur à 1, on se trouve contraint d'agir aussi sur le facteur fécondité.

Variation simultanée de la fécondité et de la mortalité.—Courbe de stabilisation. — Ces considérations nous amènent à étudier la variation simultanée des deux facteurs. Reprenons les notations précédentes et désignons par $f'_1 \ldots \ldots f'_n$ les nouveaux taux de fécondité.

$$f'_1 = f_1\, \alpha \quad f'_2 = f_2\, \alpha \ldots f'_n = f_n\, \alpha \quad t'_1 = t_1\, \beta \quad t'_2 = t_2\, \beta \ldots t'_n = t_n\, \beta.$$

L'équation d'équilibre s'écrit :

$$\Sigma\, s'_1\, f'_1 = 1$$
$$\text{ou} \quad \Sigma\, \alpha\, f_1\, [1 - \beta\,(1 - s_1)] = 1.$$
$$\alpha\, \Sigma\, f_1 - \alpha \beta\, \Sigma\, f_1 + \alpha\, \beta\, \Sigma\, s_1 f^1 = 1$$
$$\alpha\, \mathrm{T} - \alpha\, \beta\, \mathrm{T} + \alpha\, \beta\, t = 1$$
$$\text{ou encore} \quad (\mathrm{T} - t)\, \alpha\, \beta - \mathrm{T}\, \alpha + 1 = 0.$$

Si on porte en abscisses les α et en ordonnées les β on a une courbe d'équilibre de la population.

Si par exemple on admet qu'une baisse de 10 % de la mortalité (coefficient 0,9) est possible, on en déduit aisément de combien il faudrait accroître la fécondité.

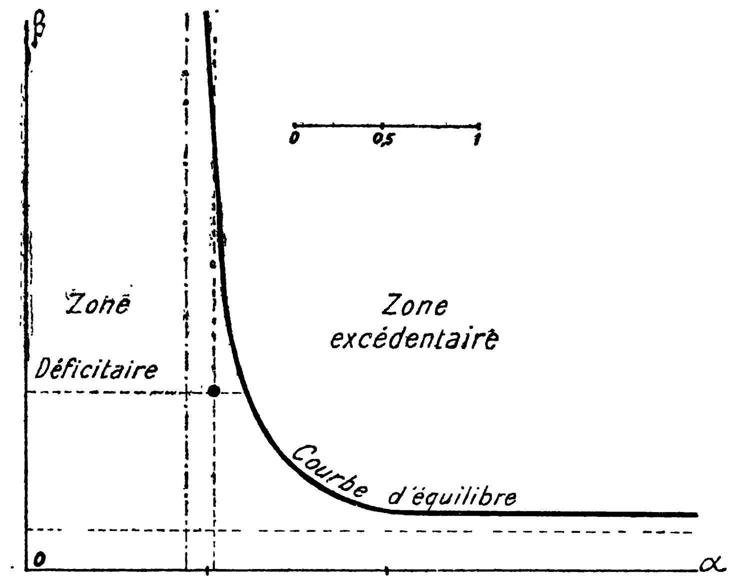
Inversement si l'on redoute une insuffisance de fécondité, de 15 % par exemple, on en déduit de combien la mortalité devrait être réduite pour compenser ce désavantage.

Pratiquement pour construire la courbe il est préférable de prendre comme variable le nombre par lequel il faudrait *diviser* (et non multiplier) la mortalité; ce qui revient à changer β en $\frac{1}{\beta}$, et donne l'équation suivante pour la France ($T = 1{,}08$ $t = 0{,}88$)

$$1{,}08\,\alpha\beta - 0{,}2\,\alpha - \beta = 0$$

La tache noire correspond à la situation actuelle ($\alpha = 1$; $\beta = 1$). On voit que pour parvenir à l'équilibre, on peut soit accroître la fécondité d'un dixième (coefficient 1,14) soit diviser la mortalité par 2,5 (coefficient $\frac{40}{100}$), soit faire varier les deux facteurs. Mais la stabilisation de la population par seule action sur la mortalité apparaît bien chimérique.

Si au lieu de prendre l'inverse de β au lieu de β, on avait pris l'inverse de α au lieu de α, on aurait obtenu une droite de stabilisation.



Exemples pour divers pays. — Le tableau suivant résume les conditions d'équilibre de divers pays ou villes :

	Taux brut de Kuczynski	Taux net de Kuczynski	Taux de Stabilisation Fécondité	Taux de Stabilisation Mortalité
France 1932	1,08	0,88	1,14	0,4
Seine 1932	0,80	0,65	1,54	—1,3
Allemagne 1932	0,88	0,73	1,37	—0,8
Berlin 1932	0,47	0,40	2,50	—7,6
Suède 1932	0,90	0,78	1,28	—0,8
Stockholm 1931	0,46	0,375	2,67	—6,4
Australie 1932	1,15	1,01	0,99	1,07

Ainsi, pour rétablir l'équilibre, la mortalité restant invariable, il faudrait accroître la fécondité de 14 % en France, de 54 % dans le département de la Seine, de 37 % en Allemagne, de 150 % à Berlin, de 28 % en Suède et de 167 % à Stockholm. Par contre, en Australie on peut admettre une baisse de 1 %.

Si la fécondité ne varie pas, il faut réduire la mortalité en France de 60 % (coefficient 0,4); en Australie, la mortalité pourrait augmenter de 7 % sans compromettre l'équilibre. Dans les autres pays, cet équilibre ne peut être rétabli qu'en augmentant la fécondité.

L'inverse du taux brut de Kuczynski donne le coefficient minimum d'accroissement nécessaire de la fécondité : 25 % dans la Seine, 14 % en Allemagne, 113 % à Berlin, 11 % en Suède et 117 % à Stockholm.

Ces chiffres sont donnés à titre indicatif seulement mais ne prétendent pas à une rigoureuse exactitude. Le calcul des taux nets ne peut être entrepris qu'au moyen des tables de mortalité, souvent établies avec un long retard.

Remarques diverses et conclusion.

On n'a pas fait intervenir l'immigration dans les calculs; il est bien évident qu'une politique démographique doit tenir compte des possibilités d'accroissement par immigration; toutefois, il semble qu'en premier examen, celles-ci doivent être écartées, de manière à étudier les conditions de l'évolution de la population livrée à elle-même.

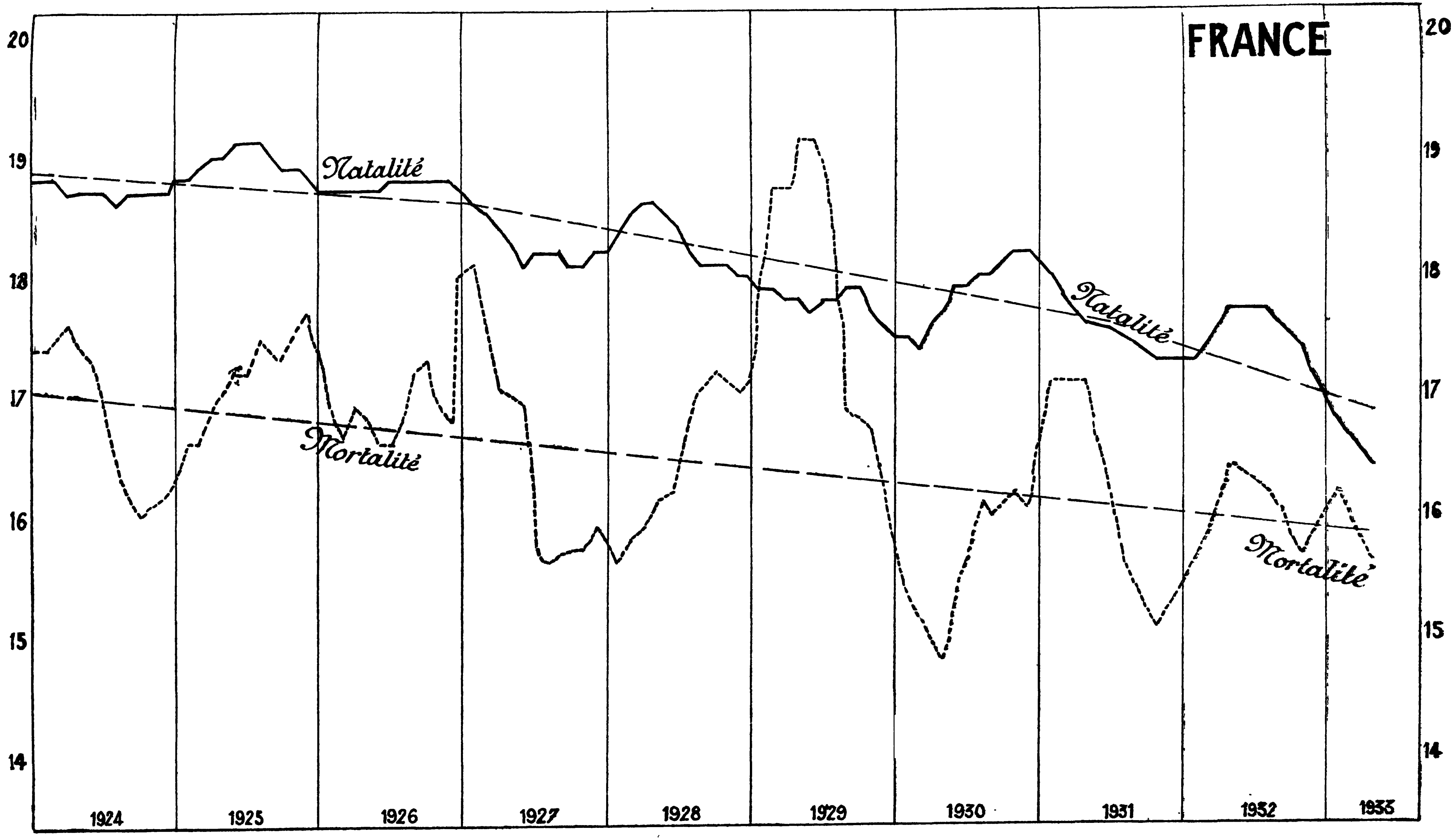
On a supposé dans un but de simplification que tous les taux de fécondité (ou de mortalité) aux divers âges variaient de même façon; dans la pratique, il peut n'en être pas ainsi. Une fois obtenu, le coefficient de stabilisation pour l'ensemble des taux, on peut chercher à faire porter l'amélioration sur tel ou tel âge (par exemple mortalité infantile).

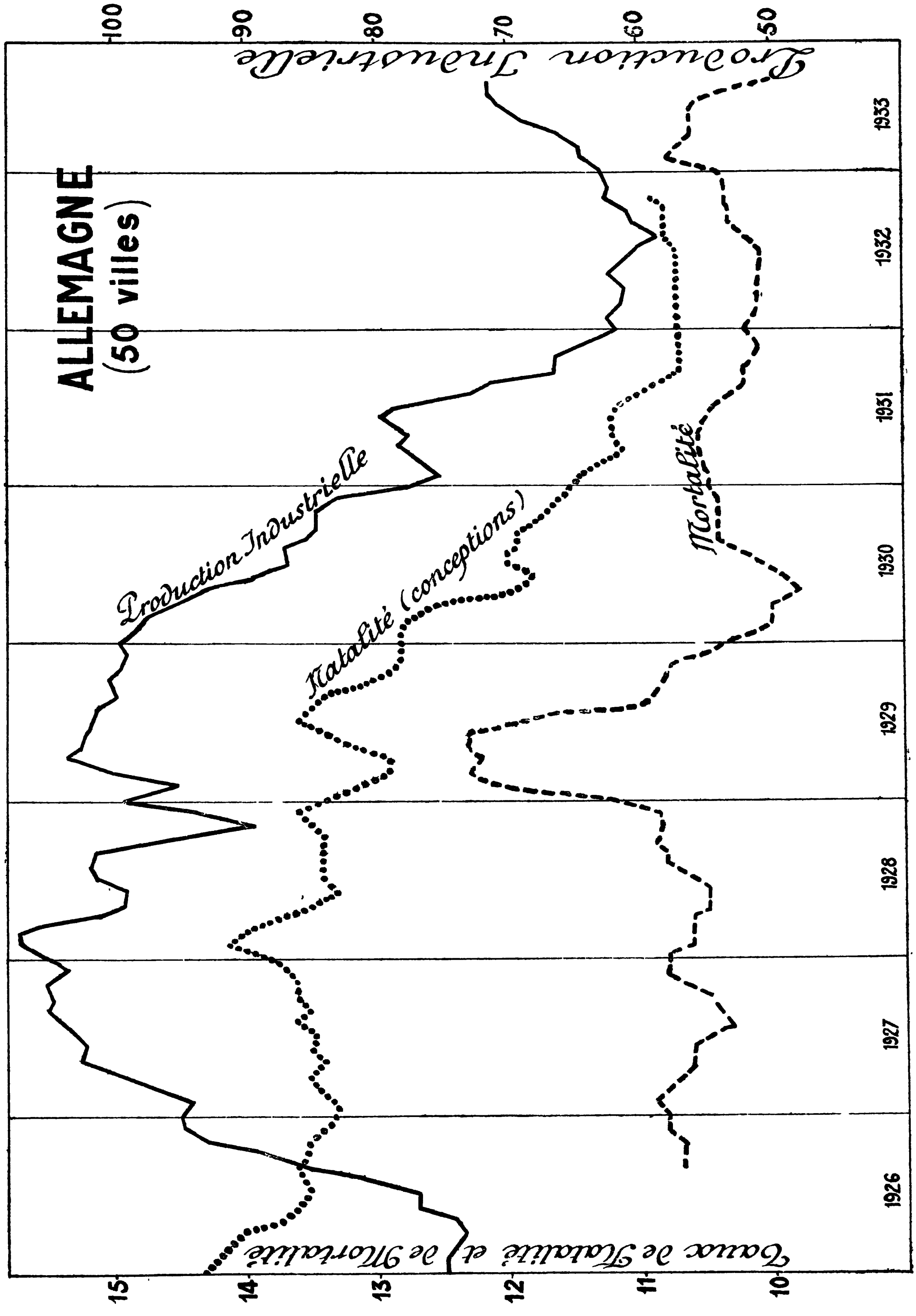
Il faut noter que, pour diminuer le taux de mortalité de 0 à 25 ans par exemple, de 50 %, il faut réduire les taux de mortalité à chaque âge (0 à 1 an, 1 à 2 ans, etc...) d'un peu plus de 50 %.

La stabilisation de la population ne signifie pas qu'elle se maintiendra au niveau initial. Elle tendra asymptotiquement vers un niveau supérieur, égal, ou inférieur suivant les cas.

Cette interprétation des taux de Kuczynski s'applique surtout aux pays dont la situation démographique est inquiétante, mais elle peut être étendue à tous les pays où l'on a des raisons de prévoir une baisse de natalité susceptible de rétablir l'équilibre. Elle ne fait pas intervenir la question de l'intervalle entre deux générations; c'est de ce fait qu'elle tire sa principale utilité.

Alfred Sauvy


FRANCE
Natalité
Mortalité
Natalité
Mortalité
20
19
18
17
16
15
14
1924
1925
1926
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933


ALLEMAGNE
(50 villes)
Production Industrielle
Natalité (conceptions)
Mortalité
Taux de Natalité et de Mortalité
100
90
80
70
60
50
15
14
13
12
11
10
1926
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933