JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

M. DUMAS

Interprétation statistique des épreuves sur prélèvement effectuées dans l'industrie

Journal de la société statistique de Paris, tome 90 (1949), p. 133-140
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1949__90__133_0>

VIII

INTERPRÉTATION STATISTIQUE DES ÉPREUVES SUR PRÉLÈVEMENT EFFECTUÉES DANS L'INDUSTRIE

Monsieur le Président,

Vous m'avez fait l'honneur de m'inviter à prendre la parole au cours de la présente réunion commune de l'A. F. N. O. R. (je cite par ordre alphabétique) et de la Société de Statistique de Paris. Je vous en remercie. Mais l'important n'est pas que je vous remercie; c'est bien que nos collègues ici présents soient disposés après mon exposé à vous remercier de l'avoir provoqué parce qu'ils l'auront trouvé intéressant. Je me tourne donc maintenant vers vous, mes chers collègues, et constatant que, statistiquement parlant, vous pouvez être répartis en deux classes principales, celle des ingénieurs et celle des statisticiens, je vais m'efforcer de vous intéresser les uns et les autres en vous parlant des méthodes statistiques appliquées à la technique industrielle.

Je sais bien que les méthodes statistiques sont surtout appliquées dans d'autres domaines que celui de la technique industrielle; mais ce n'est pas là une raison pour négliger ce domaine, si riche en possibilités d'applications.

Qui ne voit tout d'abord que la question des *épreuves sur prélèvement* est du ressort de la statistique? On a un lot d'éléments; on prélève certains d'entre eux; on les soumet tous successivement à un même essai; puis on note les résultats : c'est bien à la statistique de dire comment on peut interpréter ces résultats;

c'est bien à elle de préciser ce que l'on peut raisonnablement admettre concernant l'ensemble des éléments du lot. On a une confection continue et on soumet des prises à des essais; cela constitue encore une épreuve sur prélèvement. On imagine un nouveau procédé de fabrication; on fait une confection d'essais dont *tous* les éléments sont soumis individuellement à un essai; cela aussi, malgré certaines apparences, peut être regardé comme étant une épreuve sur prélèvement, car on fait implicitement l'hypothèse au cours de cette confection d'essais qu'il suffirait de la poursuivre pour obtenir un lot qui serait à l'image des premiers éléments fabriqués.

A titre d'exemple d'autres cas où la statistique a son mot à dire dans le domaine de la technique industrielle, je cite qu'en partant de la connaissance d'une confection d'essais, on peut avoir à se livrer à des *présomptions* sur ce qui serait obtenu si l'on poursuivait cette confection, ou encore à *comparer* cette confection à une autre ayant donné lieu à des résultats qui, eux aussi, sont connus.

Quoi qu'il en soit, devant me limiter, je me bornerai à vous parler de questions directement en rapport avec l'interprétation statistique d'épreuves sur prélèvement, telles que celles que l'on fait pour le contrôle d'une fabrication ou, ce qui revient au même, pour la recette d'une fourniture.

Voulant introduire dans mon exposé un langage statistique, au lieu de dire qu'un prélèvement a permis de faire des essais qui ont conduit à tels résultats, je dirai simplement que je dispose d'une *série de résultats* (ceux donnés par les divers éléments soumis aux essais); il peut d'ailleurs s'agir de résultats qualitatifs (blancs ou noirs), ou encore de résultats numériques consistant en des mesures ou en des repères de certaines grandeurs (dans ce dernier cas je dirai plus particulièrement qu'il s'agit d'une *série de mesures*).

Quant au problème, il est de déterminer tout ce qui peut raisonnablement être admis concernant les éléments du lot tout entier, c'est-à-dire concernant *la loi de probabilité* qui est définie par le lot.

Il serait présomptueux d'espérer, à l'aide d'une série de résultats, déterminer entièrement cette loi de probabilité; mais on a déjà une certaine idée d'une loi lorsque l'on en connaît son allure générale, précisée par des indications numériques sur son *espérance mathématique* et sur son *moment centré d'ordre 2.*

Somme toute, partant d'une série de résultats, il faut faire des présomptions concernant la loi qui est à l'origine de la série. Le problème mathématique est ainsi bien posé; c'est un simple problème de *probabilité des causes.* Donc il n'y a qu'à prendre en main son cours de calcul des probabilités et à mathématiquer, d'après lui, sur les données, pour obtenir une réponse.

Bien que, ainsi posé, le problème soit très simple, il peut être jugé rebutant; aussi les solutions toutes préparées peuvent-elles être considérées avec une certaine faveur. Vous ne vous attendrez cependant, je suppose,

— ni à ce que je fasse devant vous les calculs;

— ni à ce que je vous dévoile des formules donnant la clef des questions susceptibles de vous intéresser;

— ni à ce que je passe en revue quelques-unes des astuces par lesquelles les statisticiens essayent de biaiser avec la réalité et parviennent à masquer éventuellement à leurs propres yeux, que le fond du problème est du ressort des probabilités des causes.

Mais au cours de calculs tels que ceux auxquels je faisais allusion il y a un instant, vous seriez conduits, comme je l'ai été moi-même, à quelques résultats généraux très précieux à connaître et s'imposant, sans calcul, avec une sorte d'évidence, à partir du moment où ils sont dégagés; il est vrai que pour la plupart, ils ne sont dégagés qu'à la suite de bien des feuilles de calculs et de graphiques.

C'est de quelques-uns de ces résultats généraux que je vais vous entretenir.

***

Pour la recette de lots d'engins d'un type donné, quel prélèvement faut-il faire?

C'est sous cette forme exagérément simplifiée que, sauf exception, tout non-initié pose la question à qui s'occupe de statistique. Il faut alors entreprendre l'éducation de l'interlocuteur. Il faut d'abord lui faire admettre qu'un lot bon est un lot qui contient non pas un *petit nombre* d'éléments mauvais, mais un *faible pourcentage* d'éléments mauvais; de là résulte la nécessité de fixer un *pourcentage limite* séparant lots bons et lots mauvais.

D'instinct l'interlocuteur protestera que les engins dont il s'occupe doivent être *tous* bons et que le pourcentage limite en cause ne saurait être choisi que nul. Il faut alors lui enlever l'illusion qu'une épreuve sur prélèvement peut apporter une certitude complète et en particulier la certitude qui correspondrait à une limite inférieure nulle.

A regret, l'interlocuteur choisira un pourcentage limite non nul, mais il le choisira faible; on peut alors, sans calcul, lui faire remarquer que si ρ est ce pourcentage limite, il doit s'attendre à ce que le prélèvement qu'on lui indiquera soit notable par rapport à $1/\rho$; l'interlocuteur en sera sans doute effrayé : et cependant, pour déceler un lot défectueux, il faut bien que le prélèvement choisi comprenne *au moins* un élément défectueux; et il est bien certain que si le lot contient des éléments défectueux dans la proportion de 1/5 ($\rho = 0{,}20$), un prélèvement de 5 éléments a des chances notables de ne contenir aucun élément défectueux. C'est donc à un prélèvement *de bien plus de 5 éléments* qu'il faut consentir pour acquérir la *certitude morale* de déceler une proportion de 20 % d'éléments défectueux. De même pour ρ différent de 0,20.

Encore faut-il préciser cette certitude morale et c'est à l'interlocuteur de le faire : il faut donc demander à ce dernier quel degré de *certitude morale* il est prêt à reconnaître comme tenant lieu de certitude absolue.

Alors, mais alors seulement, on est en état de répondre à la question posée. Soit par exemple le cas de conditions de recette prévoyant l'essai de 10 éléments et le rebut du lot si même un seul de ces éléments est mauvais : on peut alors affirmer que dans de telles conditions on a au moins la probabilité de 0,65 de rebuter tout lot mauvais qui serait présenté en recette, en entendant par *lot* mauvais tout lot contenant plus de 10 % d'éléments mauvais. Au lieu d'un effectif de prélèvement de 10, de la probabilité de 0,65 et de la proportion limite de 0,10, j'aurais pu comme nombres se correspondant, citer respectivement environ 240, 0,99 et 0,01.

***

Un lot admis en recette n'est pas nécessairement un lot bon.

Et cependant, combien de fois arrive-t-il que les deux expressions sont tenues pour synonymes. Réfléchissons un peu. Il y a d'abord ceci : quelles que soient les conditions de recette sur prélèvement, le hasard des prélèvements peut faire qu'un lot mauvais soit reçu (ou admis en recette) ou inversement qu'un lot bon soit rebuté; c'est évident. Il n'y a donc pas coïncidence entre les deux classifications possibles des lots :

— classification en lots bons et en lots mauvais d'une part;

— classification en lots reçus et en lots rebutés d'autre part.

Naturellement, on doit se proposer, lorsque l'on fixe les conditions de recette, de les choisir telles qu'il y ait *à peu près* coïncidence entre ces deux classifications; on peut parvenir à cet à peu près, mais à cet à peu près seulement. Il y a maintenant ceci que pour parvenir à cet à peu près on doit le payer un prix qui peut être jugé à bon droit prohibitif (consommation nécessaire d'un trop grand nombre d'éléments du lot par exemple); de sorte que pour des raisons administratives on en est réduit à se contenter de conditions de recette réalisant la coïncidence désirée dans des conditions relativement médiocres : sans doute beaucoup d'entre vous seraient-ils surpris de constater combien des conditions de recette existantes sont médiocres du point de vue considéré ici.

***

L'effectif d'un prélèvement n'a pas à être choisi égal à un pourcentage de l'effectif du lot.

Et pourtant combien de fois lit-on dans des cahiers des charges que le prélèvement sera de 1% ou de 10%, par exemple, du nombre des éléments du lot?

Sur ce point encore, réfléchissons un peu.

Une épreuve sur prélèvement doit renseigner non pas directement sur le *nombre* des éléments mauvais contenus dans le lot, mais sur le *pourcentage* de ces éléments mauvais dans le lot. Ce pourcentage doit être comparé à un pourcentage limite, celui qui sert de frontière commune aux lots bons et aux lots mauvais. Ce pourcentage limite est logiquement le même *quel que soit l'effectif du lot présenté en recette.* Rien donc dans la question ne met en cause l'effectif du lot; on comprend que dans ces conditions la solution de la question (c'est-à-dire : l'effectif du prélèvement) soit indépendante de l'effectif du lot. C'est d'ailleurs ce à quoi le calcul conduit, du moins dans le cas très général où l'on ne tolérerait pas que l'effectif du prélèvement fût notable (plus de 10 % par exemple) par rapport à l'effectif du lot.

Cette simple remarque que l'effectif du prélèvement est à choisir presque sans tenir compte de l'effectif du lot, a des conséquences particulièrement intéressantes; je vais citer seulement deux d'entre elles.

Si un client a été à ce point mal inspiré, qu'il a prévu dans un cahier des charges un effectif de prélèvement égal à un certain pourcentage de l'effectif d'un lot l'avantage net du fournisseur qui n'est pas très sûr de sa fabrication, est de présenter en recette des lots d'effectif aussi faible que possible : c'est comme cela qu'il évitera au maximum les risques de rebut d'un nombre important d'éléments.

Voilà le côté commercial de la question; voici maintenant le côté technique, bien plus noble que le précédent.

Comme les effectifs du lot et du prélèvement pour épreuve de recette sont indépendants l'un de l'autre, rien ne peut empêcher de fixer l'effectif d'un lot sans aucune préoccupation étrangère à la pure technique; cela amène à distinguer les uns des autres des lots qui peuvent respectivement être dits *administratifs* ou *techniques*.

Un lot administratif est un lot que l'on constitue pour obéir à un certain règlement (plus ou moins heureux en cela d'ailleurs), parce que par exemple ce règlement a fixé impérativement à N l'effectif du lot, sans rien spécifier d'autre.

Un lot technique, au contraire, est un lot que l'on a constitué de manière à ne rassembler que des éléments que l'on ne sait distinguer les uns des autres ni par les matières premières utilisées, ni par les procédés de fabrication suivis, ni par tout autre facteur dont l'influence sur la qualité des éléments constitutifs est reconnue ou simplement jugée possible.

Est-il besoin de dire que seuls les lots techniques sont dignes d'être soumis à une épreuve sur prélèvement?

***

Les quelques observations faites jusqu'à présent se rapportent toutes très directement au cas où l'élément ne peut, à la suite de l'essai, être qualifié que de bon ou de mauvais. Elles restent d'ailleurs valables dans leur ensemble au cas où le résultat de l'essai est un nombre, au cas où le prélèvement donne lieu à une série de mesures; quoi qu'il en soit, voyons maintenant quelques observations plus spécialement relatives à ce dernier cas.

***

Une mesure isolée ne signifie vraiment pas grand'chose.

Dans un tel cas la série est de une mesure; on dispose d'une mesure unique et l'on voudrait pouvoir dire quelque chose concernant la loi de probabilité à laquelle appartient cette mesure. Un moment de réflexion montre que ce n'est pas une mesure qui peut renseigner sur une loi. Même si l'on admet connue l'allure générale de cette loi, si l'on admet par exemple qu'il s'agit d'une loi de Laplace-Gauss (c'est la loi caractérisée par la courbe en cloche qui est, pour beaucoup d'anciens étudiants, le seul souvenir plus ou moins confus qu'évoquent les mots de calcul des probabilités!) il faut avoir une idée des deux paramètres de la loi en cause : espérance mathématique et module de précision; même si vous êtes spécialement intéressé par l'espérance mathématique seule, vous ne pouvez vous dispenser de la connaissance approximative du module de précision; pouvez-vous imaginer de vous servir sans arrière-pensée d'un nombre tel que 100 dont vous ne savez pas s'il a été déterminé à 1 près ou à 100 près? C'est pourtant ce que vous risquez de faire si vous négligez un des deux paramètres.

Il faut deux équations pour déterminer deux inconnues; il faut donc évidemment *au moins* deux mesures pour pouvoir mettre un nombre en regard de chacun de ces deux paramètres inconnus : c'est d'ailleurs bien plus de deux mesures qu'il faut pour que les deux nombres déduits de la série de mesures puissent inspirer une certaine confiance.

Et maintenant je vous demande : n'est il pas vrai que l'on agisse souvent comme si une mesure isolée pouvait signifier quelque chose? N'est-il pas courant que disposant d'une matière plus ou moins pulvérulente on en fasse une prise et que d'après le résultat de l'analyse de la prise on se décide sur l'emploi qui sera fait de la matière en instance de recette? Le fait même que la matière soumise à l'analyse a été obtenue par un mélange intime de plusieurs prises ne change rien au fait que, finalement, une seule mesure est connue : ce serait seulement si plusieurs prises étaient analysées individuellement que l'on pourrait avoir une idée de la confiance méritée par le nombre moyen, que celui-ci soit déduit de ces analyses ou qu'il soit déduit de l'analyse unique faite après mélange des différentes prises.

***

Une moyenne arithmétique ne comprend pas plus de chiffres significatifs que les mesures qui lui ont donné naissance.

Cette proposition est à la fois fausse et exagérée; mais je l'indique parce que, malgré tout, elle subsiste dans son ensemble.

Elle est fausse parce que si la moyenne arithmétique est destinée uniquement à permettre de retrouver, grâce à une simple multiplication par l'effectif de la série de mesures, la somme des mesures de cette série, toutes les décimales ont une certaine signification; si par contre, cas très général, la moyenne arithmétique est considérée à titre d'estimation de l'espérance mathématique d'une loi de probabilité (estimation de la moyenne arithmétique du lot d'où a été tiré le prélèvement) la proposition n'est pas fausse, loin de là, mais elle est exagérée.

Elle est exagérée en ce que, tout de même, si l'on dispose d'un grand nombre de mesures, on peut parfois être finalement en droit d'accorder une certaine confiance à la *première décimale* des unités en lesquelles les mesures elles-mêmes sont exprimées.

Il arrive par exemple que 100 mesures de longueur exprimées en millimètres, aient une moyenne arithmétique dont le chiffre des dixièmes de millimètres correspond à peu près à celui qui aurait été obtenu si le mesurage avait eu lieu dans des conditions permettant d'être sûr du dixième de millimètre. Cela arrive; mais pour que cela arrive, différentes conditions doivent être satisfaites.

Il faut d'abord que la dispersion des résultats ne soit pas trop grande par rapport au millimètre; cela est évident; encore faut-il le dire car on risque fortement de n'y pas penser.

Il faut ensuite que le nombre des mesures soit assez grand. J'ai parlé plus haut de 100 mesures; peut-être certains d'entre vous ont-ils pensé que je prenais un grand nombre pour me faire comprendre, sachant bien qu'il est de pratique courante d'ajouter au moins une décimale dès que 2 ou 3 mesures interviennent dans le calcul d'une moyenne arithmétique. A cette pratique j'oppose le résultat d'un calcul simple qui conduit à ceci que 133 mesures sont nécessaires pour permettre d'affirmer avec la certitude morale de 0,95 (c'est-à-dire en se trompant à peu près une fois sur vingt) que la moyenne arithmétique constitue de la grandeur une valeur à 0,05 près : remarquons que cela n'est même pas suffisant pour affirmer que la première décimale de la moyenne arithmétique est celle qui aurait été déduite d'un mesurage particulièrement précis.

Il faudrait de même 10.000 mesures pour être en droit d'accorder une certaine confiance à la deuxième décimale de la moyenne arithmétique.

Après cela, je vous laisse le soin de vous faire une idée personnelle sur ce qu'il convient de penser des décimales qu'un opérateur peu averti laisse débiter à sa machine à calculer jusqu'à ce qu'elle demande grâce.

***

La moyenne arithmétique d'un prélèvement doit être largement à l'intérieur des limites que l'on est prêt à tolérer pour le lot lui-même.

Le cas est fréquent où l'on voudrait que la qualité moyenne des éléments d'un lot s'exprimât pour un nombre compris entre deux limites A et B. Un réflexe instinctif est de prescrire qu'à la recette, le prélèvement devra donner lieu à une moyenne arithmétique elle-même comprise entre A et B. Agir ainsi c'est admettre implicitement que les éléments non essayés ne peuvent aucunement faire sortir cette moyenne de l'intervalle (A; B), ce qui manifestement n'est pas exact. Lorsqu'on s'en est rendu compte, on pense à se fixer deux nouvelles limites A′ et B′, intérieures à l'intervalle (A; B), entre lesquelles on imposera à la moyenne arithmétique du prélèvement de se trouver, à peine de rebut du lot.

Ce n'est cependant pas là une solution tout à fait heureuse.

Il faut que A′ soit supérieur à A pour tenir compte de la dispersion des mesures correspondant aux éléments du lot; donc la différence A′ — A doit être fonction de cette dispersion. Par ailleurs on a une certaine idée de cette dispersion en considérant un « indice de dispersion » de la série de mesures donnée par le prélèvement, en considérant par exemple l'écart-moyen-apparent quadratique de cette série de mesures; il faut donc déterminer A′ — A en fonction de cet indice de dispersion.

La règle pratique correspondante consiste à considérer non pas directement la moyenne arithmétique du prélèvement, mais cette moyenne à laquelle on ajoute et on retranche par exemple trois fois la valeur de l'écart-moyen-apparent quadratique de la série. Ce sont les deux nombres ainsi trouvés que l'on retient et qui doivent, à peine de rebut du lot, être l'un et l'autre entre les deux limites A et B.

Une conséquence, qui n'est paradoxale qu'en apparence, de cette règle est qu'un lot dont le prélèvement est situé bien au milieu de l'intervalle (A; B) peut devoir être rebuté du seul fait que sa dispersion apparaît comme trop grande.

***

Je me trouve avoir ainsi passé, en revue devant vous quelques renseignements très généraux que le calcul de probabilités et la statistique indiquent concernant la préparation et l'interprétation d'épreuves sur prélèvement. Je serais bien étonné que certains d'entre vous n'aient pas été surpris par quelques-uns de ces enseignements qui cependant, à la réflexion, ressortissent, me semble-t-il, maintenant qu'ils ont été dégagés, au plus élémentaire bon sens.

En tout cas, si vous les avez trouvés intéressants, sachez qu'il y en a bien d'autres qui ne le sont guère moins et dont je ne vous ai pas parlé parce qu'il convenait, tout de même, que je me limite, et parce qu'il convenait aussi, que je vous laisse la satisfaction de les découvrir vous-même à la suite de bons petits calculs ou au cours de lectures appropriées.

Je vais terminer maintenant rapidement par deux remarques, qui se présentent naturellement à mon esprit parce qu'elles sont bien en rapport avec cette réunion commune de l'A. F. N. O. R. et de la Société de Statistique de Paris.

Je me permets d'abord de vous souhaiter sur le sujet que j'ai évoqué, de n'avoir guère sous les yeux que des ouvrages où la terminologie faisant l'objet des normes récentes de l'A. F. N. O. R. soit scrupuleusement respectée; car ainsi, d'une part bien des hésitations et des incompréhensions qui ne manquent pas de rebuter rapidement le lecteur, même le mieux disposé initialement, vous seront évitées; et car ainsi d'autre part les membres de la Commission A. F. N. O. R. de terminologie statistique trouveront, sous la forme où ils la désiraient, la récompense du travail considérable qu'ils ont fourni en vue de vous rendre service.

Je me permets enfin d'inciter mes camarades ingénieurs à bien considérer si en raison des grands services que la statistique est appelée à jouer dans tous les domaines de leur activité, leur intérêt n'est pas de se mêler étroitement aux travaux de la Société de Statistique qui, loin d'être une chapelle ouverte aux seuls économistes, ne demande certainement qu'à les accueillir.

M. Dumas.

DISCUSSION

M. Prot. — Répondant à une question posée par M. Christian Beau, inspecteur général des Travaux publics de la France d'outre-mer, M. Prot indique que les techniques statistiques exposées par M. Maurice Dumas ne sont pas de simples vues de l'esprit, mais qu'elles trouvent de plus en plus fréquemment une application dans de nombreux domaines pratiques.

Comme M. Dumas l'a indiqué, le Règlement sur la Construction des Téléphériques, publié par le ministère des Travaux Publics en 1947, a fait état de la notion de dispersion des résultats d'essais de fils. Le troisième congrès international des Ponts et Charpentes qui s'est tenu à Liége en septembre dernier a adopté, en conclusion de ses travaux relatifs au thème n° 5 « Sécurité », des recommandations qui font une large place aux notions statistiques.

On peut enfin noter que le service des Ponts et Chaussées de Seine-et-Oise a prévu récemment, dans le Cahier des Charges relatif à la construction d'un grand pont, une prime à l'entrepreneur pour une bonne régularité du béton; cette prime doit être attribuée à la suite d'essais nombreux sur des prélèvements effectués dans les gâchées du chantier.

M. Dumas indique que c'est pour la première fois en 1937 qu'il a fait intervenir dans une clause de marché l'écart-moyen-apparent quadratique d'une série de mesures exactement dans les conditions envisagées dans le cours de son exposé.