

G. DEFRANCE

Distribution des prix relatifs et conception statistique des nombres indices

Journal de la société statistique de Paris, tome 91 (1950), p. 353-356

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1950__91__353_0

© Société de statistique de Paris, 1950, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

VI

VARIÉTÉ

Distribution des prix relatifs et conception statistique des nombres indices.

Le problème de l'indice des prix tire son origine du fait qu'on a voulu séparer les facteurs qui agissent sur l'ensemble des prix de ceux qui affectent en propre un article déterminé (1); des tentatives ont été faites pour caractériser le mouvement général d'un ensemble de prix d'une époque à l'autre par un seul nombre. Ces tentatives ont amené divers auteurs à considérer au lieu de prix absolus des prix relatifs, c'est-à-dire des prix d'un groupe d'articles à l'époque n rapportés aux prix des mêmes articles à une époque antérieure, ceci afin d'éliminer le choix d'unités de quantités. La moyenne de ces rapports de prix constitue un nombre indice. Cette façon d'envisager le problème de l'indice des prix a été dénommée par M. R. Roy : *la conception statistique*.

Différentes formules peuvent être proposées pour l'établissement de la moyenne des prix relatifs; ce sont des considérations rationnelles jointes à l'étude de la distribution et de la dispersion des prix relatifs qui permettent d'établir un choix et une mesure de leur précision (2).

Si avec M. R. Rémy (3) nous convenons d'appeler $i p_n$ le prix d'un article i à l'époque n , son prix relatif par rapport à l'époque $(n-1)$ sera $\frac{i p_n}{i p_{n-1}}$. Les prix relatifs sont établis chaque fois par rapport à une époque antérieure $(n-1)$ distante de la même période choisie comme unité, quelle que soit l'époque n envisagée, afin d'avoir tous les prix relatifs portant sur des périodes d'égale durée (3). Comme il s'agit de rapports de prix, il semble plus logique d'adopter comme formule d'indice la moyenne géométrique G_n et les écarts de prix relatifs par rapport à leur moyenne sont donc représentés par l'expression :

$$i \pi_n = \frac{i p_n}{i p_{n-1} \cdot G_n}$$

Mais la distribution de ces écarts n'est pas symétrique comme l'ont montré M. Maurice Olivier (4) et M. Rémy (5), et pour tenter d'obtenir une répartition symétrique on peut substituer, comme le propose M. Fréchet (6), à la

(1) Voir à ce sujet la communication de M. le professeur R. Roy à la Société de Statistique de Paris : *Les divers concepts en matière d'indices*, parus dans le Journal de la dite Société de septembre-octobre 1941.

(2) Voir à ce sujet la thèse soutenue en juin 1945 par M. R. RÉMY devant l'Institut de Statistique de l'Université de Paris et publiée dans le numéro d'avril-mai-juin 1946 du *Bulletin de la Statistique générale de la France*.

(3) Voir article précité de M. R. Rémy.

(4) M. M. OLIVIER, *Les Nombres indices de la variation des prix*. Librairie Giard, Paris, 1927.

(5) M. R. RÉMY, Étude précitée.

(6) Voir les idées exposées par M. Fréchet lors de la discussion qui suivit la communication de M. R. Roy sur « Les divers concepts en matière d'indices », *Journal de la Société de Statistique de Paris* de septembre-octobre 1941.

variable essentiellement positive $\frac{{}_iP_n}{{}_iP_{n-1}}$ une fonction croissant de $-\infty$ à $+\infty$. Parmi ces fonctions une des plus couramment utilisées est le logarithme de la variable. Cette fonction a en outre le mérite d'être susceptible d'une explication rationnelle en ce sens que l'intégrale de l'époque t à $t + 1$ de la variation relative infiniment petite d'un prix $\frac{dp}{p}$ est égale au logarithme du prix relatif $\frac{p'}{p}$. Cette intégration suppose évidemment les prix assimilables à des fonctions continues du temps, ce qui n'est pas, et nous ignorons avec quelle exactitude cette assimilation traduit la réalité.

Ces réserves faites, nous pouvons utiliser la distribution des logarithmes des prix relatifs :

$$\log {}_i\pi_n = \log \frac{{}_iP_n}{{}_iP_{n-1} \cdot G_n}$$

Pour dissocier dans la variation de prix d'un article i l'influence monétaire des facteurs agissant en propre sur l'article, on peut représenter le prix de l'année n en fonction du prix de l'année $(n - 1)$ de la façon suivante : on suppose le prix de l'année n égal à celui de l'année $(n - 1)$ multiplié par deux coefficients : l'un, le même pour tous les articles, qui représente le facteur monétaire m_n , l'autre propre à chaque article : ${}_i\alpha_n$ qui traduit l'effet des autres causes.

Cette façon de procéder revient à admettre que la valeur de la monnaie est inversement proportionnelle à celle des prix et que tous les prix se trouvent multipliés par un facteur m_n lorsque la valeur de la monnaie devient m_n fois plus petite (1); les choses ne sont certainement pas aussi simples, une cause monétaire n'agit pas nécessairement de la même façon sur tous les prix simultanément.

Sous ces réserves, on peut écrire :

$${}_iP_n = m_n \cdot {}_i\alpha_n \cdot {}_iP_{n-1}$$

et le prix relatif de l'article i devient :

$$\frac{{}_iP_n}{{}_iP_{n-1}} = m_n \cdot {}_i\alpha_n$$

La moyenne géométrique G_n ne se réduit pas uniquement au facteur monétaire; en effet, si l'on suppose avoir affaire à k articles différents, on a :

$$G_n = \sqrt[k]{\frac{{}_1P_n}{{}_1P_{n-1}} \cdot \dots \cdot \frac{{}_iP_n}{{}_iP_{n-1}} \cdot \dots \cdot \frac{{}_kP_n}{{}_kP_{n-1}}} = m_n \sqrt[k]{{}_1\alpha_n \cdot \dots \cdot {}_i\alpha_n \cdot \dots \cdot {}_k\alpha_n} = m_n \cdot g_n$$

si l'on pose :

$$g_n = \sqrt[k]{{}_1\alpha_n \cdot \dots \cdot {}_i\alpha_n \cdot \dots \cdot {}_k\alpha_n}$$

et

$$\log G_n = m_n + \frac{1}{k} \sum_1^k \log {}_i\alpha_n = \log m_n + \log g_n$$

(1) Cf. M. F. DIVISIA, *Économique rationnelle*. Éd. Doin, 1928, p. 253 à 255.

Le prix relatif rapporté à la moyenne géométrique devient :

$${}_i\pi_n = \frac{{}_iP_n}{{}_iP_{n-1} \cdot G_n} = \frac{m_n \cdot {}_i\alpha_n}{m_n \sqrt[k]{{}_1\alpha_n \dots {}_k\alpha_n}} = \frac{{}_i\alpha_n}{\sqrt[k]{{}_1\alpha_n \dots {}_k\alpha_n}} = \frac{{}_i\alpha_n}{g_n}$$

et son logarithme peut s'écrire :

$$\log {}_i\pi_n = \log {}_i\alpha_n - \frac{1}{k} \sum_1^k \log {}_i\alpha_n = \log {}_i\alpha_n - \log g_n.$$

On voit donc que le facteur monétaire m_n a été effectivement éliminé. Par contre, la moyenne géométrique ne peut être considérée comme représentant l'action monétaire m_n qu'à une condition : c'est que la moyenne arithmétique des logarithmes des coefficients ${}_i\alpha_n$ soit nulle.

Malheureusement en réalité on ne connaît ni le facteur monétaire m_n , ni les variations propres de chaque prix ${}_i\alpha_n$; seul le prix relatif ${}_i\pi_n$ nous est accessible. Aussi, en passant aux logarithmes, on voit que dans la relation :

$$\log G_n = \log m_n + \log g_n$$

seul $\log G_n$ est connu. Si l'on fait l'hypothèse que toute la variation commune aux prix est due uniquement au facteur monétaire $\log m_n$, cela revient à supposer que $\log g_n$ est nul. Dans ce cas, mais dans ce cas seulement, les écarts observés $\log {}_i\pi_n$ correspondent aux écarts propres aux prix et :

$$\log {}_i\pi_n = \log {}_i\alpha_n.$$

L'étude de la distribution des $\log {}_i\pi_n$ d'une année déterminée n nous renseignera cependant sur la forme de la distribution des $\log {}_i\alpha_n$ même dans le cas général, car la soustraction d'un facteur constant $\log g_n$ revient à effectuer une translation de la distribution le long de l'axe des abscisses, si $\log {}_i\alpha_n$ figure en abscisse et sa fréquence en ordonnée. Mais dans le cas où toutes les distributions de plusieurs années sont considérées comme formant un seul ensemble, la distribution générale des $\log {}_i\pi_n$ ne correspond à celle des $\log {}_i\alpha_n$ qu'à la condition vraisemblablement non réalisée que les $\log g_n$ des différentes années soient égaux entre eux.

* * *

La distribution des logarithmes de 881 prix de gros français (prix relatifs rapportés à leur moyenne géométrique) a été effectuée par M. R. Rémerly dans l'opuscule cité plus haut; leur courbe peut être caractérisée par les coefficients β_1 et β_2 de Pearson en ce qui concerne la symétrie et l'aplatissement (toutes les distributions ci-dessus sont à un seul sommet). On en trouvera les valeurs ci-après, ainsi que celles que nous avons calculées, dans une étude analogue à celle de M. R. Rémerly, sur les prix de gros belges (1) de l'entre-deux-guerres; enfin on y a joint des résultats tout récents concernant la distribution de 5.692 prix de gros belges relatifs à la période 1822 à 1913. Mais ces dernières séries de prix

(1) *Distribution et dispersion des prix (1922-1938) et salaires (1929-1938) en Belgique*. Thèse soutenue devant l'Institut de Statistique de l'Université de Paris en juin 1948.

présentent moins de régularité que les autres : tandis que les statistiques précédentes portent sur les prix des mêmes produits à travers toute la période envisagée dans la dernière étude certains produits disparaissent et par contre d'autres font leur apparition au cours de la longue période 1822-1913; il a fallu tenir compte de tous ces produits pour obtenir un nombre suffisant de prix relatifs par année (1).

Coefficients β_1 et β_2 de Pearson de la distribution des logarithmes des prix relatifs : $\log \pi_n$.

DÉSIGNATION	β_1	β_2
Distribution normale (seconde loi de Laplace).	0	3
881 prix de gros français de 1929 à 1938 (M. R. Rémerly)	0,323	9,14
1.040 prix de gros belges de 1922 à 1938 . . .	0,155	7,59
5.792 prix de gros belges de 1822 à 1913 . . .	0,069	12,59

On voit immédiatement que les distributions de prix de gros tout en n'étant pas symétriques, tendent vers la symétrie lorsque le nombre d'éléments croît: cependant elles ne peuvent être assimilées à la distribution normale, lorsqu'on tient compte du nombre d'observations et qu'on adopte un seuil de probabilité de 0,10 pour se servir du test de Egon S. Pearson.

Quant au coefficient β_2 , il montre que l'on a affaire à des courbes nettement hyponormales; mais tandis que la symétrie croît avec le nombre de prix relevés, l'élévation du sommet de la courbe au-dessus de la normale ne suit pas une loi, si l'on peut dire, aussi régulière : on remarquera le caractère hyponormal accusé des 5.692 prix de gros belges.

En conclusion on voit que les logarithmes des variations relatives des prix, abstraction faite du facteur monétaire et compte tenu des réserves faites précédemment, ne suivent pas une loi normale, mais présentent une distribution plus groupée : une certaine interdépendance se manifeste parmi les prix et les causes de leurs variations ne remplissent pas les conditions nécessaires à la loi normale : sans doute sont-elles trop peu nombreuses et les effets de certaines d'entre elles sont-ils trop grands. Ces conclusions étaient évidentes *a priori* : cependant si l'on parvenait à déceler les plus importantes de ces actions et à les neutraliser, par exemple en groupant les prix de biens soumis à des influences communes, on pourrait peut-être rapprocher la distribution des prix de la courbe de Laplace. Ce serait en quelque sorte un test de vérification du bien-fondé des hypothèses et raisonnements effectués.

G. DEFRANCE.
Septembre 1950.

(1) Les prix utilisés ont été repris d'une étude de M. F. Loots sur *Les mouvements fondamentaux des prix de gros en Belgique de 1822 à 1913*, publiée en novembre 1936 dans le *Bulletin de l'Institut des Sciences économiques de Louvain*; ils ont été puisés par M. F. Loots dans les « Prix courants généraux de la Place d'Anvers » publiés hebdomadairement par les courtiers jurés de la place (forme originale jusqu'en 1867). Ensuite des publications paraissaient dans des journaux de la place notamment le *Journal de Commerce* et *Précurseur*, et surtout *Het Handelsblad*. En outre, M. F. Loots y a joint des séries déjà établies par l'Institut des Sciences économiques (charbon, fonte, certains produits animaux), quelques séries fournies par des organismes privés, et des données extraites des *Schriften des Vereins für Sozialpolitik* de 1913, publiées dans des études sur la formation des prix en Belgique sous la direction de E. Mahaim.