

GABRIEL MERGUI

**Une méthode pour dynamiser le modèle de Leontieff et son application au complexe agro-alimentaire**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 114 (1973), p. 159-166

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1973\\_\\_114\\_\\_159\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1973__114__159_0)

© Société de statistique de Paris, 1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## UNE MÉTHODE POUR DYNAMISER LE MODÈLE DE LEONTIEFF ET SON APPLICATION AU COMPLEXE AGRO-ALIMENTAIRE

*It is a try for doing a Leontieff system, the coefficients of which are variable with application in a system combining agriculture and food industry. First, we study the interest of the system concerning a particular sector. Afterwards, we examine how to build the technical coefficients, and how to change them. In fine, we expose the hypothesis that this system suggest which allows to verify it.*

*Das ist ein Versuch der Konstruktion eines Modells von Leontieff dessen Koeffizienten verwendet werden können für die Probleme der Landwirtschaft und der Ernährung. Man untersucht zuerst, welches Interesse das Modell für einen bestimmten Sektor hat, dann prüft man die Methode der Konstruktion der technischen Koeffizienten und die Art sie anzuwenden. Man beschreibt dann die Hypothesen, die sich aus dem Modell ergeben und die es ohne Zweifel gestattet zu kontrollieren.*

*Es una tentativa para construir un modelo cuyos coeficientes son dinamizables aplicandolos al complejo agro-alimenticio. Se estudia antes el interés del modelo para analizar un sector particular, examinando después el método de construcción de los coeficientes técnicos y cómo dinamizarlos. Se expone por fin las hipótesis que deja ver aquel modelo tal vez permita averiguarlo.*

Dans un ouvrage publié récemment [1] et qui fait le point sur les techniques Input Output, l'économiste américain Chiou-Shuang Yan s'arrêtait dans sa conclusion sur le reproche majeur adressé au modèle de Léontieff : la rigidité des coefficients techniques dès lors qu'il s'agit d'effectuer des projections.

Il avait recensé deux méthodes pour dynamiser ces coefficients dont il regrettait que le calcul complet ne se fasse que tous les dix ans aux États-Unis. La première était d'apprécier les transactions interbranches par voie de sondage. La seconde [2] était la fabrication de matrices « d'ingénieurs » dont on pourrait prévoir l'évolution des coefficients techniques à partir de l'adoption progressive de meilleures technologies utilisées par la branche pour obtenir son produit.

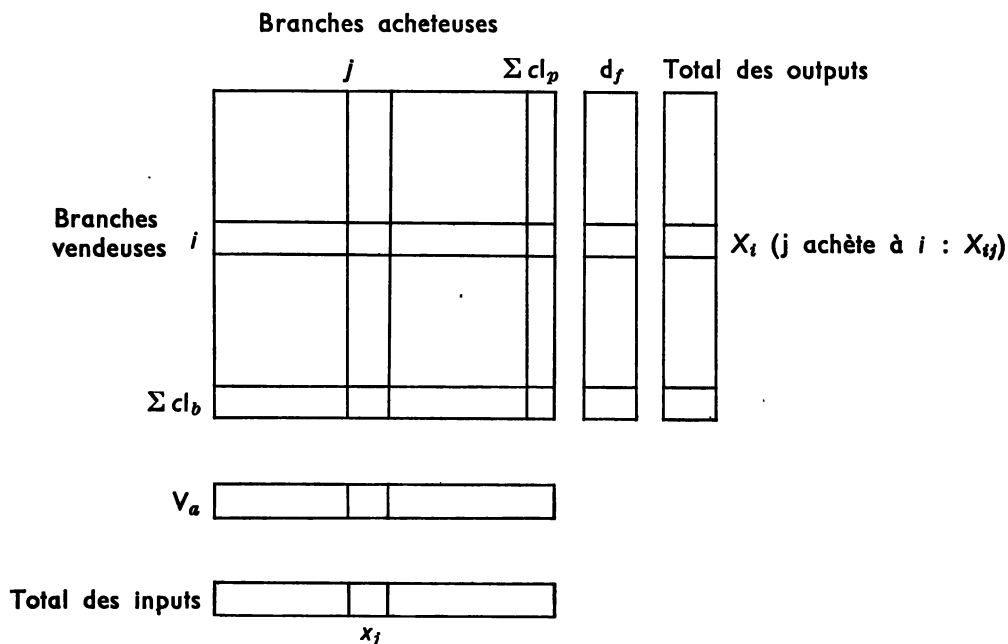
Nous en proposons une, ici, qui s'apparente à celle d'Anne Carter, en l'appliquant à un secteur de l'Économie relativement isolé : le complexe agro-alimentaire (C. A. A.) [3]. Il s'agit d'un essai pour construire un tableau d'input output dont les coefficients, par construction même, seraient « dynamisables » aisément.

Nous verrons tout d'abord l'intérêt de ce modèle pour l'analyse d'un secteur particulier. Nous examinerons ensuite la méthode de construction des coefficients techniques et la façon de les dynamiser. Nous verrons enfin les hypothèses que laisse apparaître ce modèle et qu'il permettra sans doute de vérifier.

### I — INTÉRÊT DU MODÈLE : « LA CLARTÉ »

Les multiples avantages du modèle de Léontieff peuvent se résumer en ces mots : « y voir clair ». En effet, le modèle apporte des informations très précieuses sur les coûts de production de chaque produit ainsi que ses diverses utilisations.

#### A. Rappel du schéma et des équations fondamentales du modèle de Léontieff



Le schéma ci-dessus qui correspond au modèle de Léontieff ouvert, se traduit dans le langage matriciel bien connu

$$AX + Y = X$$

on obtient :

$$Y = (I - A) X$$

et si  $(I - A)$  est inversible :

$$X = (I - A)^{-1} Y$$

$$\text{en posant } \begin{cases} df = Y = \text{demande finale} \\ \text{Total des outputs} = X \\ CI_p = AX = \text{consommations intermédiaires des produits} \\ \text{avec } A = \left[ a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j} \right] = \text{matrice des coefficients techniques} \end{cases}$$

La matrice de coefficients d'inputs  $A$  permet de mesurer les effets d'une variation de la demande finale sur la production totale et inversement.

De même avec la matrice des coefficients d'outputs :

$$A' = a'_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_i}$$

on obtient les équations :

$$V = X^+ (I - A') \text{ avec } V = \text{Vecteur ligne des valeurs ajoutées}$$

d'où on tire si  $(I - A')$  est inversible

$$X^+ = V (I - A')^{-1}$$

La connaissance chiffrée des divers éléments des équations ci-dessus pour une partie de l'économie telle que le complexe agro-alimentaire permettrait d'éclaircir de nombreux points tels que :

- les conditions de la production des branches considérées pour l'année de référence;
- l'impact de diverses influences exogènes au système de production du C. A. A., telles que : variation du vecteur de demande finale, variation des prix relatifs, dévaluation, etc.;
- l'influence réelle des aides de l'État au C. A. A.;
- etc.

Mais tous ces éléments n'auraient un intérêt véritable que s'ils étaient connus pour des branches fines du C. A. A. faute de quoi le souci de clarté ne serait pas respecté.

#### B. — Nécessité d'une désagrégation relativement grande

Il faut noter d'entrée qu'une trop grande désagrégation du C. A. A. ne respecterait pas plus le souci de clarté. En effet, des branches trop fines, en nombre trop important fourniraient des résultats tellement parcellaires qu'ils ne donneraient aucune prise à l'analyse. Au demeurant, une telle tentative se heurterait rapidement au « mur de la statistique ».

Il convient donc de trouver une désagrégation optimale. Nous proposons deux critères combinés pour décider que deux produits doivent être dissociés en branches différentes.

1° Les deux produits sont distingués par le consommateur, intermédiaire ou final, qui leur attache des qualités spécifiques. Ces deux produits ont donc un degré de substitution relativement faible (il conviendra de préciser et de quantifier ce point).

2° Les structures de coûts des deux produits sont *qualitativement* différentes. Cela s'appréciera dans les vecteurs colonnes de coefficients techniques des deux produits.

En supposant, sur cette base, qu'une décontraction convenable soit trouvée et que la matrice soit construite, on aurait certes les avantages d'y « voir clair », mais on retrouverait les critiques et les limites traditionnelles du modèle de Léontieff : essentiellement son caractère statique et linéaire. Nous allons proposer une méthode pour tenter, *par construction même* de lever ces deux hypothèques.

## II — CONSTRUCTION DU MODÈLE

Le point de départ est le suivant : tant au niveau de sa structure d'inputs qu'à celui de sa structure d'outputs une branche, décrite par sa colonne et sa ligne de coefficients, est, en fait, un assemblage de parties dont les structures sont quantitativement différentes.

## A. Technologies de production et structures de débouchés

## 1° Analyse d'input : les technologies de production

Soit la branche  $J$  décrite par son vecteur colonne de coefficients techniques de production. Selon la définition officielle cette branche recouvre l'ensemble des unités de production qui produisent le produit  $J$  supposé homogène selon les définitions retenues en *IB*.

Nous retiendrons l'hypothèse que ces unités de production se regroupent en sous ensembles dont la structure d'input est quantitativement différente. Pour l'exemple, mettons 3 sous-groupes :

$$J = J_1 + J_2 + J_3$$

Nous dirons que ces sous-groupes sont des « technologies » de production différentes, et que le passage de l'une à l'autre se fait par un saut structurel : les technologies sont donc nettement distinctes.

Soit  $X_j$  la production de la branche  $J$ .

$$\text{On aura : } X_j = X_{j_1} + X_{j_2} + X_{j_3} \quad (1)$$

Si on examine le cas de l'input de  $J$  provenant de  $I$  ( $X_{ij}$ ), chaque technologie en prendra une part :

$$\text{Soit } X_{ij} = X_{ij_1} + X_{ij_2} + X_{ij_3}$$

Le coefficient technique  $a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j}$  de la matrice  $A$  devient :

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j} = \frac{X_{ij_1}}{X_j} + \frac{X_{ij_2}}{X_j} + \frac{X_{ij_3}}{X_j} \quad (2)$$

On pose d'autre part :

$$m = \frac{X_{j_1}}{X_j}, n = \frac{X_{j_2}}{X_j}, p = \frac{X_{j_3}}{X_j} \quad (3)$$

On a du fait de (1)

$$m + n + p = 1 \quad (4)$$

$m$ ,  $n$  et  $p$  représentent donc la part relative de la production de la branche effectuée par chaque technologie.

De (3) il vient :

$$X_j = \frac{X_{j_1}}{m} = \frac{X_{j_2}}{n} = \frac{X_{j_3}}{p} \quad (5)$$

On porte (5) dans (2), il vient :

$$a_{ij} = m \frac{X_{ij_1}}{X_{j_1}} + n \frac{X_{ij_2}}{X_{j_2}} + p \frac{X_{ij_3}}{X_{j_3}} \quad (6)$$

Or  $\frac{X_{ij_1}}{X_{j_1}}$  représente le coefficient technique de ligne  $i$  pour la première technologie de  $J$  considérée comme une branche, on l'appellera alors  $a_{ij_1}$ .

On aura de même :

$$a_{ij_1} = \frac{X_{ij_2}}{X_{j_1}} \text{ et } a_{ij_2} = \frac{X_{ij_3}}{X_{j_2}}$$

On obtient la formule.

$$a_{ij} = m a_{ij_1} + n a_{ij_2} + p a_{ij_3} \tag{7}$$

et si  $\bar{J}$ ,  $\bar{J}_1$ ,  $\bar{J}_2$  et  $\bar{J}_3$  désignent les vecteurs colonnes de coefficients techniques de la branche  $J$  et de ses trois technologies on aura :

$$\bar{J} = m \bar{J}_1 + n \bar{J}_2 + p \bar{J}_3 \tag{8}$$

La branche, décrite par son vecteur colonne de coefficients d'input, est une somme pondérée de différentes technologies au prorata de leur part de la production.

2° *Analyse d'output : les activités vendeuses*

En reprenant les définitions et par un calcul identique on établit :

$$a'_{ij} = q a'_{ij} + r a'_{ij} + s a'_{ij} \tag{9}$$

Où  $q$ ,  $r$  et  $s$  représentent les parts relatives de la production de trois sous-groupes des unités de production de la branches réunies par le fait qu'elles ont la même structure d'output c'est-à-dire de ventes. Nous appellerons ces sous-groupes : activités vendeuses.

La branche, décrite par son vecteur ligne de coefficients d'output, apparaît donc comme la somme pondérée de  $n$  activités vendeuses au prorata de leur part du marché de la branche.

La branche apparaît alors comme un ensemble hétérogène au niveau des activités de production comme de vente. Comment faire apparaître de façon simple cette hétérogénéité.

B. *Les diagrammes carrés d'hétérogénéité*

1° *Diagramme carré d'hétérogénéité technologique*

Nous représenterons dans les figures 1 (a et b) deux diagrammes qui représentent l'hétérogénéité décrite plus haut.

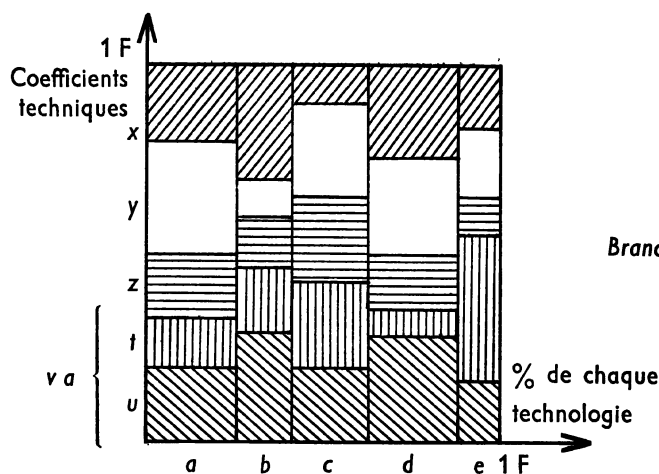


FIG. 1a. — Regroupement des unités de production en 5 technologies

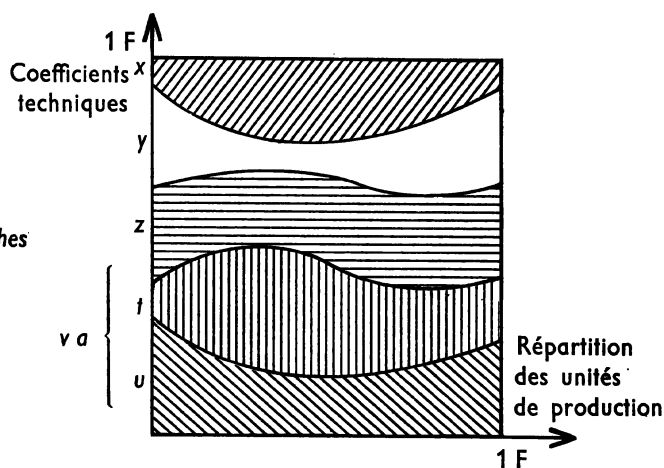


FIG. 1b. — Distribution continue des unités de production

La figure 1a montre que la branche  $J$  est divisée en 5 technologies  $A, B, C, D, E$  dont les parts relatives sont respectivement  $a, b, c, d, e$ , avec  $a + b + c + d + e = 1$ . Chaque technologie a une structure d'inputs particulière représentée par la répartition différente des inputs  $x, y, z, t, u$ .

En fait, le diagramme carré de départ devrait être celui de la figure 1b. En effet, les unités de production de la branche  $J$  y sont représentées séparément, ce qui donne des courbes continues. Mais ce diagramme est illusoire car il pose le problème de la façon de classer les unités de production pour obtenir des courbes continues et surtout il signifierait que la structure de coûts se déforme continuellement pour une disposition donnée.

Nous optons pour l'hypothèse de la déformation des structures de coûts par saut. Cela ne signifie pas que toutes les unités de production d'une même technologie aient une structure d'inputs identique mais seulement qu'une moyenne peut y être calculée légitimement.

### 2<sup>o</sup> Diagramme carré d'hétérogénéité commerciale

Les figures 2a et b présentent des diagrammes carrés décrivant cette fois-ci l'hétérogénéité commerciale.

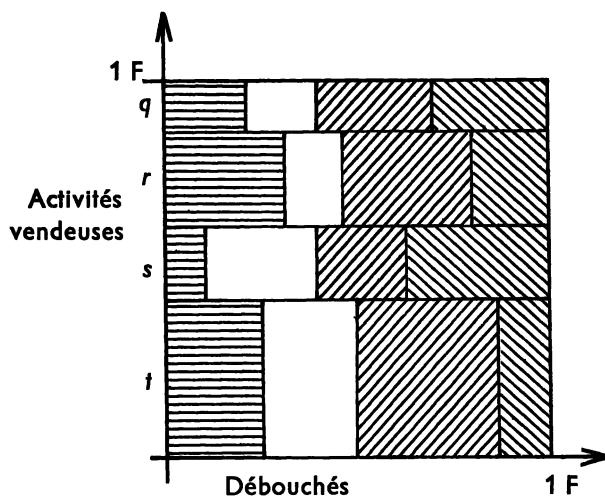


FIG. 2a. — Regroupement des unités de production de la branche en 4 activités vendeuses

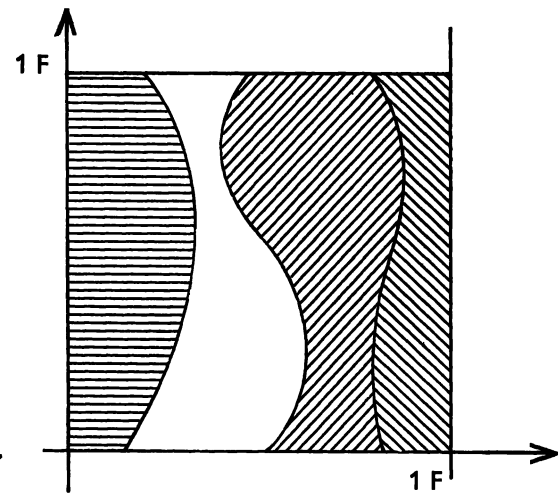


FIG. 2b. — Distribution continue des unités de production

L'hypothèse faite dans le diagramme 2a est que les unités de production se regroupent en quatre activités vendeuses dont la structure d'output est nettement différente et que l'on passe d'une structure de débouchés à l'autre par un saut. La déformation continue présentée dans la figure 2b n'est pas retenue.

### C. Intérêt pour des protections à moyen terme

Une projection à partir d'une matrice  $A$  de coefficients techniques supposés constants perd quasiment toute valeur dès lors que l'on utilise un terme supérieur à deux ou trois ans. En effet, les coefficients techniques ne sont pas constants. Comment prévoir leur évolution? Si on le fait à partir de la branche entière, on n'a que peu de prise sur cette évolution du fait de l'hétérogénéité de la branche.

Nous proposons la méthode suivante :

Par construction, le vecteur colonne de coefficients techniques de la branche  $J$  a été décomposé selon la figure 1a. Nous émettons la double hypothèse que les structures de coûts des technologies « anciennes » restent stables et que l'on peut prévoir sans trop de difficultés les structures de coûts des technologies de pointe. Cette relative stabilité des structures de coûts des technologies repousse le problème de la projection au niveau des parts de la production de la branche assurées par chaque technologie. C'est donc l'évolution des coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , et  $e$  qu'il faudra prévoir.

Cette prévision s'appuiera sur de nombreux éléments disponibles. Certains auront un caractère normatif. L'État, par exemple, interdit telle technologie de pointe ou au contraire la permet. L'État encore accordera ses subventions à telle technologie, de ce fait l'équilibre concurrentiel entre technologies sera rompu au profit de la technologie aidée, etc.

D'autres éléments de prévision seront les données sur l'évolution démographique qui sera déterminante pour la survie de certaines technologies.

On aura ainsi obtenu un nouveau diagramme carré d'hétérogénéité technologique en évaluant les déformations possibles du premier.

#### CONCLUSION : HYPOTHÈSES SPÉCIFIQUES POUR L'APPLICATION AU C. A. A.

Appliquer le modèle de Léontieff au C. A. A. représente un pari. Rappelons que les constructeurs du T. E. I. français n'ont jamais considéré les inputs de l'agriculture comme des coefficients techniques authentiques. L'aléa climatique était selon eux trop important pour admettre une quelconque stabilité de ces coefficients. Dans notre projet nous nuancions cette position par les remarques suivantes :

— l'aléa climatique joue beaucoup moins pour les productions animales que pour les productions végétales;

— les diverses technologies de production sont différemment sensibles à l'aléa climatique.

D'autre part, le problème majeur dans notre méthode sera de trouver un mode de classement des unités de production entre les technologies. Quel critère majeur retiendra-t-on? Si on retient, par exemple, l'importance de la valeur ajoutée on risque d'assimiler des processus techniques très différents mais aboutissant à la même valeur ajoutée.

Enfin, l'hypothèse du passage d'une technologie à une autre par un saut devra être vérifiée ainsi que les modalités de ce passage. Nous aborderons là, au niveau de la projection, les problèmes du développement agricole et des I. A. A., et le rôle différentiel qu'y joue l'État.

Pour terminer, notons qu'un des apports les plus intéressants de cette matrice serait d'analyser la formation et la circulation des valeurs dans les filières de production par la méthode des valeurs incluses développée récemment par J. Fau [4].

Gabriel MERGUI

*Assistant de recherche à l'Institut  
national de recherche agronomique*



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] CHIOU-SHUANG YAN (Drexel Institute of Technology). — *Introduction to Input Output Economics*. Holt, Rinehart and Winston, Ed., 1969.
- [2] Proposition développée par Anne CARTER du Harvard Economic Research Project. Report on Research, Cambridge, 1957.
- [3] G. MERGUI. — *Le modèle de Léontieff comme outil d'analyse du complexe agro-alimentaire*. Mémoire de D. E. S., Université de Paris 1, 1972. Sous la direction de M<sup>lle</sup> J. Fau.  
G. MERGUI. — Même titre. Extrait paru dans « *Économie rurale* », n° 93, juillet-septembre 1972.
- [4] J. FAU. — *Développement économique et processus productif national*. cujas.