

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

CLAUDE BENSOUSSAN

## **Comportements comparés des marchés boursiers et méthodes de groupage**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 121, n° 4 (1980), p. 203-210

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1980\\_\\_121\\_4\\_203\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1980__121_4_203_0)

© Société de statistique de Paris, 1980, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## II

### ARTICLES

# COMPOTEMENTS COMPARES DES MARCHES BOURSIERS ET METHODES DE GROUPE

Claude BENSOUSSAN

*chargé de conférences, directeur du C.E.T.F.I.  
Doyen de la Faculté d'économie appliquée d'Aix-Marseille*

*L'auteur montre l'intérêt de la méthode de « percolation » de R. Trémolières en comparant les regroupements obtenus en y ayant recours à ceux générés par la méthode de groupage de Holzinger ou par l'analyse factorielle. La comparaison des comportements des marchés boursiers ne fait pas apparaître de liens nets correspondant à l'appartenance à des blocs économiques; seules l'unicité du marché nord-américain et l'originalité des bourses espagnole et japonaise ressortent nettement, tandis que les ressemblances dans les comportements des bourses allemande, suisse et belge, et des bourses américaine, canadienne et néerlandaise méritent d'être précisées.*

*The author points out the interest of R. Trémolières « percolation » method by comparing the regroupings obtained with it, to those obtained with Holzinger's grouping method or with factorial analysis. The comparison of behaviours between stock markets does not reveal obvious links corresponding to the belonging to economic blocs; only the unicity of the North American market and the originality of the Spanish and the Japanese Stock Exchanges show clearly, while the similarities of behaviour between the German, Swiss, and Belgian Stock Exchanges and the American, Canadian and Dutch ones require being precised.*

*Der Verfasser zeigt das Interesse, das die Methode der « Percolation » von R. Trémolières verdient, indem er sie mit den « regroupements » vergleicht, die man erhält, indem man die Methode der « groupages » von Holzinger anwendet oder die factorielle Analyse verwendet. Die Vergleichung des Verhaltens der Börsenmärkte lässt nicht klare Beziehungen erscheinen, die mit einer Zugehörigkeit zu ökonomischen Blocks korrespondieren : Allein die Einzigkeit des nordamerikanischen Marktes und die Originalität der spanischen und japanischen Börsen gehen klar hervor, während die Aehnlichkeit in dem Verhalten der deutschen, schweizer und belgischen Börsen, sowie der amerikanischen, kanadischen und holländischen Börsen verdient näher untersucht zu werden.*

La comparaison de l'évolution des marchés boursiers nationaux est une préoccupation ancienne [2] qui a été renouvelée considérablement par les progrès parallèles, d'une part, de la théorie des marchés financiers et de la gestion de portefeuille [6], et, d'autre part, des méthodes d'analyse des données statistiques.

Nous laisserons de côté ici le problème de la prévision des tendances futures sur la base des tendances passées pour nous concentrer exclusivement sur l'observation des tendances passées relatives à l'évolution mensuelle des indices boursiers des différents marchés nationaux.

Cette observation de l'évolution comparée des marchés boursiers est généralement considérée, sur le plan économique, comme un indicateur utile de l'indépendance ou de l'interdépendance des marchés boursiers et, plus généralement, des conjonctures. Mais, d'un point de vue strictement financier, la portée de l'observation des indices boursiers des différents marchés est renforcée par la théorie moderne des marchés financiers, en raison de la signification reconnue aux cours boursiers [2]. Si les marchés sont efficaces, les cours reflètent instantanément toutes les informations disponibles sur l'ensemble des sociétés mais aussi sur l'ensemble du marché boursier, et même, plus largement, sur l'ensemble des considérations politico-économiques susceptibles d'influencer les investisseurs. Dans ces conditions d'efficacité, on sait, par ailleurs, que les cours boursiers suivent une « marche au hasard » [1, 3] et les conclusions susceptibles d'être inférées de l'évolution des séries chronologiques des cours boursiers doivent être pour le moins très prudentes [2].

Que révèle l'observation statistique de l'évolution comparée des différents marchés boursiers nationaux? La question est d'importance, comme l'a rappelé Farber [4], dans l'optique de la diversification internationale des portefeuilles et du problème sous-jacent de l'existence de fluctuations communes aux différentes bourses du monde. Statistiquement, *il s'agit de savoir si l'on peut parvenir à des regroupements de comportements des marchés boursiers nationaux.*

Cette approche inductive suppose le choix d'une méthode d'analyse statistique et elle est étroitement conditionnée par elle. Deux méthodes ont été utilisées par Farber [4] pour comparer les comportements des marchés boursiers et aboutir à des regroupements homogènes :

- l'analyse groupée de Holzinger, telle qu'elle a été présentée par Harman [5],
- l'analyse factorielle (1).

Ce sont ces données statistiques qu'il nous a paru intéressant de reprendre et de traiter en utilisant une autre méthode, la méthode de percolation présentée par R. Trémoières [7]. Après avoir étudié les liens entre les marchés boursiers en recourant séparément à ces trois méthodes d'analyse des données statistiques, nous les rapprocherons pour tester la fiabilité des groupes de marchés mis en évidence.

#### I — TROIS MÉTHODES D'ANALYSE DES DONNÉES STATISTIQUES BOURSIÈRES

Les données statistiques consistent dans les valeurs des indices boursiers de fin de mois de treize pays :

Belgique	=	B	France	=	F	Pays-Bas	=	NL
Allemagne	=	D	Grande-Bretagne	=	GB	Espagne	=	E
Suède	=	S	Australie	=	AUS	États-Unis	=	EU
Canada	=	CA	Italie	=	I	Suisse	=	CH
Japon	=	J						

\*Je remercie M. B. Morard d'avoir bien voulu se charger du traitement informatique relatif à la méthode de percolation utilisée ici.

1. Voir dans Farber [4] les annexes consacrées à la présentation simplifiée de ces deux méthodes.

Ces données couvrent la période de 12 ans allant de janvier 1959 à décembre 1970, soit 144 données. Elles sont extraites de *Capital International Perspective*, sauf pour les États-Unis (New York Stock Exchange Index) et pour le Canada (Toronto Stock Exchange Index).

Tous ces marchés ont en commun de se caractériser par une capitalisation boursière supérieure à un milliard de dollars (U.S.).

Les indices ont été transformés en accroissements :

$$X_{p,t} = \frac{I_{p,t}}{I_{p,t-1}}$$

où  $I_{p,t}$  est la valeur de fin de mois  $t$  de l'indice du pays  $p$ ,

$X_{p,t}$  est la valeur de fin de mois  $t$  de l'accroissement de l'indice du pays  $p$ .

Le tableau 1 présente la matrice des corrélations des variations d'indices.

TABLEAU 1

*Matrice de corrélation des accroissements des indices*

	D	B	F	I	NL	E	GB	S	CH	CA	US	AUST	J
D . . .	1	0,4203	0,3769	0,3984	0,4246	0,0021	0,2744	0,2939	0,6244	0,3365	0,3706	0,1830	0,11894
B . . .		1	0,4866	0,3087	0,4687	0,0885	0,3038	0,3567	0,5289	0,4593	0,4867	0,1781	-0,0069
F . . .			1	0,5256	0,3639	0,1925	0,2520	0,2093	0,4865	0,2916	0,2575	0,1297	0,1251
I . . .				1	0,2057	0,0190	0,2081	0,1888	0,4285	0,2140	0,2090	0,1162	0,0759
NL . . .					1	0,0074	0,3276	0,2206	0,5231	0,4755	0,5423	0,1503	0,0725
E . . .						1	0,0561	0,1912	0,0527	0,0789	0,0214	0,1227	-0,0087
GB . . .							1	0,3475	0,2493	0,2726	0,2791	0,4097	0,0591
S . . .								1	0,2991	0,3750	0,3413	0,5694	0,0539
CH . . .									1	0,4446	0,4795	0,2495	0,1417
CA . . .										1	0,8106	0,2080	0,1188
US . . .											1	0,2028	0,0752
AUST . . .												1	0,1116
J . . .													1

Trois regroupements de marchés boursiers sont obtenus en utilisant les trois méthodes précitées.

#### A — Méthode de groupage de Holzinger

Les groupes sont constitués en fonction de la proximité des individus. Le coefficient de corrélation permet d'apprécier la « distance » entre eux.

L'appartenance à un groupe est mesurée par le « coefficient d'appartenance »  $B$  qui est le rapport du coefficient de corrélation moyen intra-groupe et du coefficient de corrélation moyen des individus du groupe avec ceux qui se trouvent hors du groupe. Les groupes ne sont retenus que dans la mesure où  $B$  est supérieure à une valeur minimale et l'écart entre deux valeurs successives de  $B$  ( $AB$ ) est inférieur à une norme fixée a priori.

Les groupes obtenus par cette méthode sont présentés dans le tableau 2. Le groupage suggère principalement la distinction des marchés du continent américain ( $G1$ ) et des marchés européens ( $G2$ ); il suggère du même coup une position « intermédiaire » des marchés anglais, australien et suédois (dont les liens commerciaux et financiers seraient imputables respectivement à la zone européenne de libre échange et au commonwealth) et la spécificité des marchés espagnol et japonais.

TABLEAU 2

Analyse groupée de la matrice de corrélation	
$G_1 = [US, CA]$	$B(G_1) = 221$
$G_2 = [D, CH, B, F, NL, I]$	$B(G_2) = 153$
$G_3 = [GB, AUSTR, S]$	$B(G_3) = 175$
$G_4 = [E]$	
$G_5 = [J]$	
$B \text{ min} = 150$	$\Delta B = 17 \% \text{ à } 28 \%$

### B — Analyse factorielle

Les deux premiers axes factoriels sont présentés dans la figure 1. Dans l'ensemble, les deux facteurs communs, conduisent à des observations voisines de celles du groupage de Holzinger :

- un « facteur mondial » (Fw) explique 35 % de la variance totale. « Il influence toutes les bourses dans le même sens et... les pays ouverts aux mouvements de capitaux sont les plus sensibles aux fluctuations de ce premier facteur » [4],
- un « facteur reflétant les blocs économiques » (F<sub>EB</sub>) explique 10 % de la variance totale et permet de regrouper à la fois les pays ayant des liens privilégiés avec la Grande-Bretagne (Espagne, Suède, Australie) et les pays du marché commun [4].

Cependant, si l'on compare le groupage de Holzinger et la représentation issue de l'analyse en composantes principales, on s'interroge déjà sur la fiabilité du groupe  $G_2$  compte tenu de la position de I, F et CH.  $G_2$  est-il un groupe homogène fondé sur des comportements comparables ou un groupe « fourre tout »? D'autre part, la position relative de  $G_1$  (US, CA) et  $G_2$  (B, NL, D, en particulier) mérite d'être précisée. Il s'agit en effet de regrouper les marchés boursiers en fonction de la similitude de leurs fluctuations de façon à situer et à analyser les interdépendances entre eux.

### C — Méthode de Percolation

Elle a pour objectif essentiel d'« identifier les zones unimodales de distributions empiriques multidimensionnelles » [7]. Les corrélations  $R_{ij}$  sont transformées en distance  $d_{ij} = 1 - R_{ij}$ .

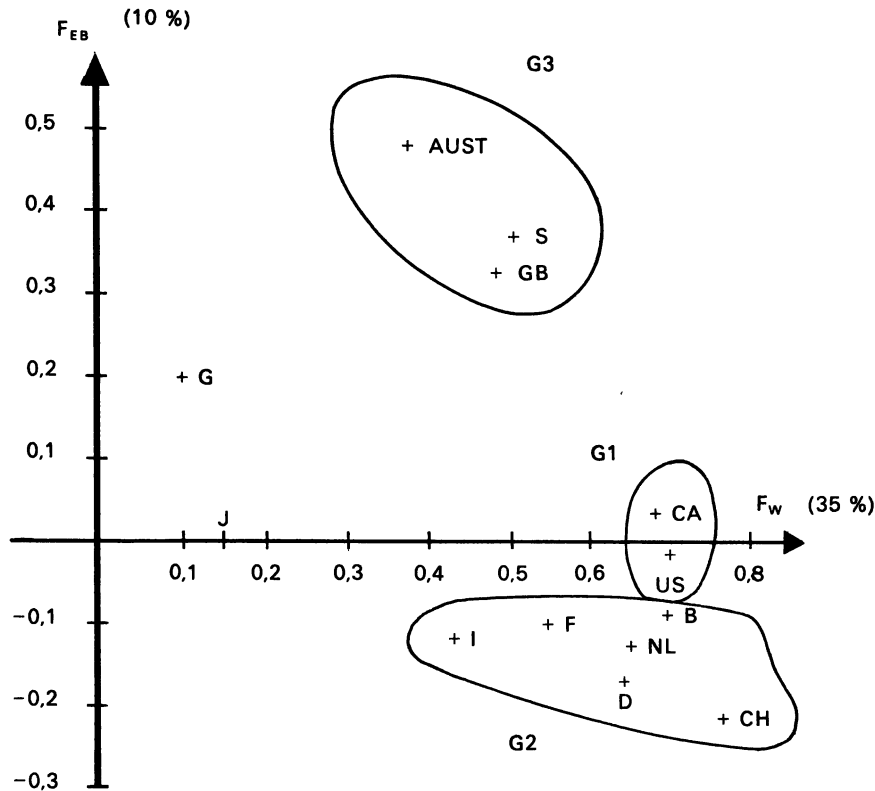
Les étapes du calcul sont les suivantes :

1. génération de la matrice des corrélations des accroissements d'indice,
2. génération de la matrice des distances,
3. génération des seuils de perception : ils représentent la norme de précision qui a été choisie (plus le seuil retenu est grand, moins il existera de groupes, plus leur composition sera hétérogène).

Dans cette dernière phase, on va « pas à pas » du plus petit au plus grand seuil en définissant à chaque fois la composition des groupes constitués. Les regroupements qui interviennent à partir du seuil 0,478 ne se comprennent que dans le cadre de liens très lâches.

FIGURE 1

Analyse factorielle — 2 facteurs communs



En fonction des différents seuils de perception, nous obtenons les groupages du tableau 3.

TABLEAU 3

Groupages obtenus par la méthode de percolation

---

$\epsilon \leq 0,37$	: (CA, US), les autres isolés
$\epsilon = 0,38 \text{ à } 0,45$	: (D, CH), (CA, US), les autres isolés
$\epsilon = 0,46 \text{ à } 0,47$	: (D, CH), (NL, CA, US), les autres isolés
$\epsilon = 0,475$	: (D, B, CH), (NL, CA, US), les autres isolés
$\epsilon = 0,478$	: (D, B, NL, CH, CA, US), les autres isolés
$\epsilon = 0,52$	: (D, B, F, NL, CH, CA, US), les autres isolés
$\epsilon = 0,58$	: (D, B, F, I, NL, CH, CA, US), les autres isolés
$\epsilon = 0,6$	: (D, B, F, I, NL, CH, CA, US), (GB, AUST), les autres isolés
$\epsilon = 0,63$	: (D, B, F, I, NL, S, CH, CA, US), (GB, AUST), les autres isolés
$\epsilon = 0,65$	: (D, B, F, J, NL, GB, S, CH, CA, US, AUST), (E), (J)
$\epsilon = 0,85$	: tous dans le même groupe sauf J isolé

---

La méthode de percolation ne confirme pleinement que le premier groupe (proximité des marchés américain et canadien) et la spécificité des marchés espagnol et japonais. Par

contre, elle remet sérieusement en cause la validité de la plus grande partie des regroupements présentés précédemment.

## II — CHOIX DE LA MÉTHODE ET HOMOGENÉITÉ DES REGROUPEMENTS

Comparons les regroupements issus respectivement de la 1<sup>re</sup> et de la 2<sup>e</sup> méthode avec ceux issus de la 3<sup>e</sup>, pour prendre définitivement position sur la validité des regroupements de marchés boursiers.

### A — Rapprochement des groupes générés par la méthode de Holzinger et par la méthode de percolation

1<sup>o</sup> Au seuil  $\varepsilon = 0,46$ , nous trouvons (D, CH), et (NL, CA, US). Or dans le groupage de Holzinger, NL se trouve dans  $G_2$  (avec D, CH, B, F et I) et non dans  $G_1$  (US, CA).

La matrice de corrélation nous montre d'ailleurs que le marché dont le comportement est le plus proche du marché néerlandais est le marché américain (0,5423). La méthode de percolation met en évidence qu'il est plus justifié de mettre NL dans le groupe  $G_1$ .

2<sup>o</sup> Au niveau  $\varepsilon = 0,478$ , nous avons le groupe (D, B, NL, CH, CA, US), les autres étant à ce stade considérés comme isolés. Ce groupe possède en commun avec  $G_2$  de Holzinger le sous-groupe (D, B, NL, CH). Par contre,  $G_2$  contient également F et I (et n'inclut pas  $G_1$  soit CA, US).

Est-il justifié que F et I se trouvent dans  $G_2$ ? Sont-ils plus proches du groupe 1 (CA, US), ou du groupe 2 (D, B, NL, CH)?

Le tableau 4 confronte les corrélations entre les 3 groupes : (F, I), (CA, US) et (D, CH, B, NL).

TABLEAU 4

	D	CH	B	NL	corrélations max.	corrélations moy.
F . . . . .	0,3769	0,4866	0,4866	0,3639	0,4866	0,4285
I . . . . .	0,3984	0,4285	0,3087	0,2057	0,4285	0,3353
CA . . . . .	0,3365	0,4446	0,4593	0,4755	0,4755	0,4290
US . . . . .	0,3706	0,4795	0,4867	0,5423	0,5423	0,4698

cor (F, I) = 0,3256.      cor (CA, US) = 0,8106.

Nous remarquons que (CA, US) est bien mieux corrélé avec (D, CH, B, NL) que (F, I).

Ainsi la méthode de regroupement de Holzinger qui avait été mise en défaut précédemment à propos du classement du marché néerlandais est encore mise en défaut pour les classements des marchés français et italien lorsqu'on utilise la méthode de groupage par percolation.

3<sup>o</sup> Analysons enfin le groupe 3 de Holzinger (GB, AUST, S).

Par percolation, lorsque le groupe (Grande-Bretagne, Australie) apparaît, il ne contient jamais la Suède (S) qui se trouve soit isolé, soit dans le groupe (D, B, F, I, NL, S, CH, CA, US). Dans quel groupe le marché suédois doit-il être classé?

La matrice des corrélations nous montre que la meilleure corrélation pour S est avec CA (0,3750) tandis que la corrélation (S, GB) est = 0,3475 et la corrélation (S, AUST) est = 0,3694. Notons aussi que  $\text{Cor}(S, B) = 0,3567$  et que  $\text{Cor}(S, US) = 0,3413$ . Il est donc difficilement acceptable de placer S dans le groupe  $G_3$  plutôt que dans le groupe  $G_1$ .

### B — *Rapprochement des résultats de l'analyse factorielle et de la percolation*

L'analyse factorielle ne concourt qu'indirectement à la constitution de groupes homogènes. De ce point de vue, la représentation graphique peut même conduire à des erreurs d'interprétation.

1° Sur la figure 1, la « distance » (D, CH) paraît plus grande que (D, NL). Or la corrélation (D, CH) est de 0,6244 alors que la corrélation (D, NL) est de 0,4246! Nous pouvons observer par, contre, que la méthode de percolation regroupe bien au seuil  $\epsilon = 0,38$  à 0,45 (D, CH) et (CA, US) les autres étant encore considérés comme isolés.

2° Quand NL apparaît dans la méthode de percolation (seuil 0,46 à 0,47), il est regroupé avec (CA, US) et non avec D, alors que d'après la figure 1, NL serait plus proche de D que de US ou CA.

La représentation des axes factoriels est contredite par l'analyse des corrélations =  $\text{Cor}(NL, D) = 0,4246$  alors que  $\text{Cor}(NL, US) = 0,5423$  et  $\text{Cor}(NL, CA) = 0,4755$ .

*L'utilisation de l'analyse factorielle comme méthode de groupage conduit à bien d'autres déformations* : ainsi, NL plus proche (sur le graphique) de B, que de CH, alors que  $\text{Cor}(NL, B) = 0,4687$  et  $\text{Cor}(NL, CH) = 0,5231$ ; ou encore, F plus proche de NL que de CH alors que  $\text{Cor}(F, NL) = 0,3639$  et  $\text{Cor}(F, CH) = 0,4865$ ; de même, le point le plus proche de I est CH avec  $\text{Cor}(I, CH) = 0,4285$ ; ensuite le point le plus proche de I est D ( $\text{Cor}(I, D) = 0,3984$ ) alors que la corrélation (I, F) est de 0,3256!

3° La méthode de percolation attire l'attention sur le fait que la Suède (S) devrait être regroupée (seuil 0,63) avec les pays du groupe du bas à droite plutôt qu'avec AUST ou GB; ce qui contredit totalement la représentation graphique. D'après celle-ci, S et GB sont très proches et S et AUST sont plus éloignées, alors que les corrélations respectives sont de 0,3475 et 0,3694, c'est-à-dire que la Suède peut être considérée comme plus proche de l'Australie que de la Grande-Bretagne du point de vue des fluctuations de leurs marchés boursiers.

Les déformations de la figure 1 sont encore plus sensibles lorsqu'on remarque que le point le plus proche de S est CA [ $\text{cor.}(S, CA) = 0,375$ ] et non GB [ $\text{cor.}(S, GB) = 0,3475$ ].

4° D'après la figure 1, le point le plus excentré serait E. Or, par percolation, il s'agit de J (seuil le plus élevé). La représentation des axes factoriels induit en erreur : en effet, le point le plus proche de E est F (0,1925) et le point le plus proche de J est CH (0,1417). Le point J est donc bien le plus excentré; de plus il devrait être situé à l'opposé de E (et non assez proche, comme le laisse entendre la figure 1) puisque  $\text{cor}(J, E) = -0,0087$ .

*Trois conclusions peuvent être tirées des développements précédents :*

1. En premier lieu, si l'on excepte l'interdépendance nette entre les marchés américain et canadien et l'unicité du marché boursier nord-américain, on peut se demander si les compor-



tements boursiers reflètent aussi nettement qu'on serait tenté de le penser [4] les liens économiques et financiers correspondant à l'appartenance aux grands blocs économiques (pays du marché commun), liens entre la Grande-Bretagne et la Suède (zone européenne de libre échange) ou l'Australie (Commonwealth).

2. En deuxième lieu, le choix de la méthode d'analyse des données statistiques n'est pas neutre lorsqu'il s'agit de constituer des groupes homogènes; en l'espèce, la définition de types de comportements des marchés boursiers est étroitement « conditionnée » par la méthode retenue et la méthode la moins sujette à caution nous semble être celle de la percolation.

3. Le classement des comportements des marchés boursiers fondé sur cette méthode aboutit à des résultats assez proches de ceux des études institutionnelles [8] :

- a) de toutes les bourses, celle du Japon a le comportement le plus original,
- b) la bourse espagnole a également un comportement très particulier mais très différent de la précédente.
- c) les bourses anglaise et australienne ne peuvent être rapprochées que sur la base de critères très lâches puisqu'elles ne se regroupent qu'à la condition de considérer que les autres bourses (D, B, F, I, NL, CH, CA, US) ne peuvent être réellement distinguées.
- d) enfin, les bourses dont les comportements sont les plus similaires sont [(D, CH), B] et [(CA, US), NL], puisque, dans la méthode de percolation, au stade où l'on considère que ces deux groupes sont distincts, toutes les autres Bourses peuvent encore être considérées comme isolées.

Il sera intéressant de prolonger et de préciser les aspects méthodologiques de la présente étude et les enseignements économiques susceptibles d'en être tirés en développant une étude similaire pour la période récente 1970-1979.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] P.H. COOTNER, *The Random Character of Stock Market Prices*, Cambridge Press, M.I.T. Research, 1964.
- [2] J.P. DALOZ, *Le hasard et les cours boursiers*, CUJAS, Connaissances Économiques, Paris, 1973.
- [3] E.F. FAMA, « Efficient Capital Markets : A Review of Theory and Empirical Works », *Journal of Finance*, mai 1970.
- [4] A. FARBER, « Étude des liens entre les marchés boursiers », *Cahiers Économiques de Bruxelles*, 1<sup>er</sup> trimestre 1972, n° 53.
- [5] M. HARMAN, *Modern Factor Analysis*, The University of Chicago Press, 1967.
- [6] B. JACQUILLAT et B. SOLNIK, *Les marchés financiers et la gestion de portefeuille*, Dunod, Paris.
- [7] R. TRÉMOLIÈRES, « The Percolation Method for an Efficient Grouping of Data », à paraître in *Pattern Recognition*, volume 4, 1979.
- [8] COLLECTIF, *Les Bourses de valeur dans le Monde*, Institut d'Études Bancaires et Financières, Dunod, 1975.